

T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI



MEGEP

(MESLEKÎ EĞİTİM VE ÖĞRETİM SİSTEMİNİN
GÜÇLENDİRİLMESİ PROJESİ)

ELEKTRİK ELEKTRONİK TEKNOLOJİSİ

ELEKTRİK ELEKTRONİK MATEMATİĞİ

ANKARA 2007

Milli Eğitim Bakanlığı tarafından geliştirilen modüller;

- Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığının 02.06.2006 tarih ve 269 sayılı Kararı ile onaylanan, Mesleki ve Teknik Eğitim Okul ve Kurumlarında kademeli olarak yaygınlaştırılan 42 alan ve 192 dala ait çerçeve öğretim programlarında amaçlanan mesleki yeterlikleri kazandırmaya yönelik geliştirilmiş öğretim materyalleridir (Ders Notlarıdır).
- Modüller, bireylere mesleki yeterlik kazandırmak ve bireysel öğrenmeye rehberlik etmek amacıyla öğrenme materyali olarak hazırlanmış, denenmek ve geliştirilmek üzere Mesleki ve Teknik Eğitim Okul ve Kurumlarında uygulanmaya başlanmıştır.
- Modüller teknolojik gelişmelere paralel olarak, amaçlanan yeterliği kazandırmak koşulu ile eğitim öğretim sırasında geliştirilebilir ve yapılması önerilen değişiklikler Bakanlıkta ilgili birime bildirilir.
- Örgün ve yaygın eğitim kurumları, işletmeler ve kendi kendine mesleki yeterlik kazanmak isteyen bireyler modüllere internet üzerinden ulaşılabilirler.
- Basılmış modüller, eğitim kurumlarında öğrencilere ücretsiz olarak dağıtılır.
- Modüller hiçbir şekilde ticari amaçla kullanılamaz ve ücret karşılığında satılamaz.

İÇİNDEKİLER

AÇIKLAMALAR	iv
GİRİŞ	1
ÖĞRENME FAALİYETİ-1	3
1. SAYILAR	3
1.1. Rakamlar (Numbers)	3
1.2. Sayma Sayıları	3
1.3. Doğal (Naturals) Sayılar (N).....	3
1.3.1. Doğal Sayıların Tanımı.....	3
1.3.2. Doğal Sayıların Sayı Doğrusu Üzerinde Gösterimi.....	4
1.4. Tam (Integers) Sayılar (Z)	4
1.4.1. Tam Sayıların Tanımı	4
1.4.2. Tam Sayıların Sayı Doğrusu Üzerinde Gösterimi	4
1.4.3. Negatif Tam Sayılar Kümesi.....	4
1.4.4. Pozitif Tam Sayılar Kümesi	4
1.4.5. Çift (Even) Sayılar.....	4
1.4.6. Tek (Odd) Sayılar	5
1.5. Rasyonel Sayılar (Q)	5
1.5.1. Kesir.....	5
1.5.2. Basit Kesir	5
1.5.3. Bileşik Kesir.....	5
1.5.4. Tam Sayılı Kesir.....	5
1.5.5. Rasyonel Sayıların Tanımı	6
1.5.6. Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusu Üzerinde Gösterimi.....	6
1.5.7. Rasyonel Sayılarda İşlemler	7
1.6. Ondalıklı Sayılar	8
1.6.1. Ondalık Sayılarda İşlemler	8
1.7. Reel (Gerçek) Sayılar (R)	9
1.7.1. Reel Sayıların Tanımı	9
1.7.2. Reel Sayıların Sayı Doğrusu Üzerinde Gösterimi	9
1.8. Mutlak Değer	10
1.9. Matematiğin Temel Kanunları	10
1.9.1. Toplamanın Değişme Kanunu	10
1.9.2. Toplamanın Birleşme Kanunu.....	11
1.9.3. Çarpmanın Değişme Kanunu	11
1.9.4. Çarpmanın Birleşme Kanunu	11
1.9.5. Dağılma Kanunu.....	12
1.9.6. Etkisiz Elemanlar.....	12
1.9.7. Ters Eleman	13
1.9.8. Yutan Eleman.....	13
1.10. Temel İşlemler	13
1.10.1. Tam Sayılarda Toplama	13
1.10.2. Tam Sayılarda Çıkarma	14
1.10.3. Tam Sayılarda Çarpma ve Bölme.....	14
1.11. İşlem Sırası.....	15
1.12. Sayılarla İlgili Basit Elektrik Problemleri ve Çözümleri	16
1.13. Direnç, Gerilim ve Akım Problemleri	17

1.14. Üslü İfadeler.....	17
1.14.1. Üslü Sayıların Tanımı.....	17
1.14.2. Üslü Sayılar İle İlgili Özellikler	18
1.14.3. Üslü Sayılar ile İlgili İşlemler	20
1.15. Tabanı 10 Olan Sayılarla İşlemler	21
1.16. Metrik Birim Çevirme	22
1.17. Üslü Sayılarla Kondansatör Birimlerinin Birbirine Çevrilmesi	23
1.18. Üslü Sayılarla Bobin Birimlerinin Çevrilmesi Problem Çözümleri	24
1.19. Üslü Sayılarla Frekans Birimlerinin Çevrilmesi Problem Çözümleri	24
1.20. Üslü Sayılarla Basit Elektrik Problem Çözümleri.....	24
1.21. Kareköklü İfadeler.....	25
1.21.1. Kareköklü Sayıların Tanımı.....	25
1.21.2. Rasyonel Üs.....	26
1.21.3. Rasyonel Üssün Sadeleştirilmesi veya Genişletilmesi.....	26
1.21.4. Bir Sayıyı Kök İçine Alma veya Kök Dışına Çıkarma	26
1.21.5. Toplama-Çıkarma	27
1.21.6. Çarpma-Bölme	27
1.21.7. Paydayı Rasyonel Yapma	27
1.21.8. Kareköklü Sayılarla Basit Elektrik Problem Çözümleri	28
PERFORMANS DEĞERLENDİRME	29
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME	30
ÖĞRENME FAALİYETİ-2	38
2.1. Birinci Derece Denklemler ile İlgili Temel Kavramlar	38
2.2. Özellikler	38
2.3. Birinci Derece Denklemlerde Bilinmeyenin Bulunması	39
2.4. Birinci Derece İki Bilinmeyenli Denklemlerin Bulunması.....	40
2.4.1. Tanım.....	40
2.4.2. Çözüm Kümesinin Bulunması.....	40
UYGULAMA FAALİYETİ	41
PERFORMANS DEĞERLENDİRME	42
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME	43
3. ORAN-ORANTI	44
3.1. Oran-Orantının Tanımı	44
3.1.1. Oran	44
3.1.2. Orantı	44
3.2. Orantının Özellikleri.....	44
3.3. Orantı Çeşitleri	45
3.3.1. Doğru Orantı	45
3.3.2. Ters Orantı	45
3.3.3. Bileşik Orantı	46
3.4. Oran-Orantı Çözümleri.....	46
UYGULAMA FAALİYETİ	47
PERFORMANS DEĞERLENDİRME	48
ÖĞRENME FAALİYETİ-4	49
4. İKİNCİ DERECE DENKLEMLER	49
4.1. İkinci Derece Denklemler ile İlgili Temel Kavramlar.....	49
4.1.1. Çarpanlara Ayırma	49

4.1.2. Diskriminant Bulma.....	50
4.2. Denklem Kökleri İle Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar	50
4.3. Kökleri Verilen İkinci Derece Denklemin Yazılması.....	51
4.4. Çarpanlara Ayırma	51
4.4.1. İki Kare Farkı	51
4.4.2. İki Küp Farkı İki Küp Toplamı	51
4.4.3. Üç Terimli İfadeler	51
4.4.4. Özdeşlikler	53
UYGULAMA FAALİYETİ	54
PERFORMANS DEĞERLENDİRME	56
5. TRİGONOMETRİ	57
5.1. Birim Çember.....	57
5.2. Esas Ölçü	58
5.3. Trigonometrik Fonksiyonlar	59
5.4. Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar.....	61
5.5. Trigonometrik Eşitlikler	62
5.6. Yarım Açılış Formülleri	63
5.7. Toplam Fark Formülleri	63
5.8. Özel Açılışların Trigonometrik Oranları	64
5.9. Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri	65
5.10. Bölgelere Göre İşaretler	66
5.11. Kosinüs ve Sinüs Teoremleri	66
5.11.1. Sinüs Teoremi.....	66
5.11.2. Kosinüs Teoremi.....	66
UYGULAMA FAALİYETİ	67
PERFORMANS DEĞERLENDİRME	68
ÖĞRENME FAALİYETİ-6	69
6. VEKTÖREL BÜYÜKLÜKLER	69
6.1. Vektörel Büyüklüklerin Tanımı	69
6.2. Vektörel Büyüklüklerin Gösterilmesi.....	69
6.3. Vektörel Büyüklüklerde İşlemler	69
6.3.1. Vektörlerin Toplamı ve Farkı.....	69
6.3.2. Uç Uca Ekleme (Poligon) Metodu	70
6.3.3. Paralel Kenar Metodu	70
6.3.4. Vektörlerin Bileşenlerine Ayrılması.....	71
UYGULAMA FAALİYETİ	72
PERFORMANS DEĞERLENDİRME	73
CEVAP ANAHTARLARI	74
KAYNAKLAR	78

AÇIKLAMALAR

KOD	460MI0009
ALAN	Elektrik Elektronik Teknolojisi
DAL/MESLEK	Alan Ortak
MODÜLÜN ADI	Elektrik Elektronik Matematiği
MODÜLÜN TANIMI	Elektrik elektronik sistemlerle ilgili temel matematik işlemlerini tanıtan, bu işlemlerin hatasız yapılmasına yönelik bilgi ve becerilerin verildiği bir öğrenme materyalidir.
SÜRE	40/32
ÖN KOŞUL	Ön koşulu yoktur.
YETERLİK	Elektrik elektronik sistemlerine ait matematiksel çözümleri yapmak.
MODÜLÜN AMACI	Genel Amaç Gerekli ortam sağlandığında elektrik-elektronik sistemlere ait matematiksel çözümleri yapabileceksiniz. Amaçlar 1. Sayılarla ilgili matematik işlemlerini hatasız yapabileceksiniz. 2. I.Derece denklemlerle ilgili matematiksel işlemleri doğru yapabileceksiniz. 3. Oran-orantıyı bilecek, oran-orantı işlemleri yapabileceksiniz. 4. II. Derece denklemlerle ilgili matematiksel işlemleri yapabileceksiniz. 5. Trigonometrik fonksiyonların matematiksel işlemlerini yapabileceksiniz. 6. Vektörel büyüklükleri bilecek ve bunlarla ilgili işlemleri yapabileceksiniz.
EĞİTİM ÖĞRETİM ORTAMLARI VE DONANIMLARI	Bilgisayar laboratuvarı, imalat yapan işletmelere gezi, internet ortamında inceleme ve araştırma yapma. Elektrik-Elektronik problemleri ve çözümleri ile ilgili kitap ve dokümanları inceleme
ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME	Her faaliyet sonrasında o faaliyetle ilgili değerlendirme soruları ile kendinizi değerlendireceksiniz. Modül sonunda ise kazandığınız bilgi ve becerileri ölçmek amacıyla hazırlanan ölçme araçları (uygulama, çoktan seçmeli, soru cevap) ile kendinizi değerlendireceksiniz.

GİRİŞ

Sevgili Öğrenci,

Elektrik-elektronik sektörü, araştırma-geliştirme çalışmalarında, hayatımızı kolaylaştıran birçok cihazda en hızlı genişleyen alanlardan biridir. Alandaki asıl gelişme II. Dünya Savaşında transistorün keşfi ile olmuştur.

Günümüzde bilgisayar endüstrisi gelişimine devam etmektedir. Bilgi akışının gelişimi ile sesler ve görüntüler artık dijitalleşmiştir. Elektrik-elektronik sektörü yerinde saymadan gelişimine devam edecektir. Artık elektronik hayatımızın her yerindedir.

Öğrencilerin çoğu elektrik-elektronik temrin çalışmalarına hemen başlamak isterler. Fakat karşılarına çıkan matematikten korkarlar. Matematik korkusunun kaynağı olumsuz deneyimlerdir. Birkaç kez tekrarlanan başarısızlık durumu öğrencinin kendine güvenini ve bu dersi anlayabileceği inancını sarsar.

‘Ben matematikte başarısızım, konuları anlayamam; öyleyse çalışmam anlamsız’ dememelisiniz. Öncelikle matematiksel geçmişinizi tespit ediniz. Eksiklerinizi belirleyerek en kısa sürede temelinizi sağlamlaştırınız. Konuları küçük parçalara ayırarak basit örneklerden zor örneklere doğru ilerleyiniz. En önemlisi olumsuz iç konuşmalara son veriniz.

Burada elektrik-elektronik alanındaki modüllerde en çok kullanılan matematik konularına yer verilmiştir.

Bu modül, devre analizi yapmak, birimleri birbirine çevirmek, frekans hesaplamak, faz ve faz farkını hesaplamak, bir direnç üzerinden geçen akımı ve direnç üzerine düşen gerilimi bulmak gibi elektrik-elektronik matematiğin iç içe olduğu konularda size yardımcı olacaktır.



ÖĞRENME FAALİYETİ-1

AMAÇ

Sayılar ile ilgili matematik işlemlerini hatasız yapabileceksiniz.

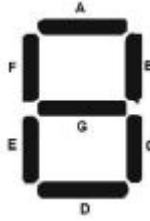
ARAŞTIRMA

- Ø Sayı türlerini araştırınız ve sayılarla ilgili bilgilerinizi pekiştiriniz. Elde ettiğiniz sonuçları bir rapor halinde sınıfınızda öğretmeninize ve arkadaşlarınıza sununuz.

1. SAYILAR

1.1. Rakamlar (Numbers)

Sayıları yazmak için kullanılan **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** şeklindeki işaretlere **rakam** denir. Bir displayin gösterebildiği sayıları rakam olarak tanımlayabiliriz.



Şekil 1.1: Display

1.2. Sayma Sayıları

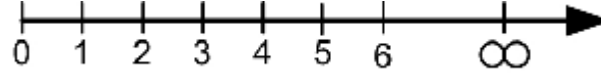
1'den başlayıp artarak devam eden doğal sayılara **sayma sayıları** denir.
 $S = \{1, 2, 3, 4, \dots, +\infty\}$

1.3. Doğal (Naturals) Sayılar (N)

1.3.1. Doğal Sayıların Tanımı

0'dan başlayıp artarak devam eden sayılara **doğal sayılar** denir.
 $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, +\infty\}$

1.3.2. Doğal Sayıların Sayı Doğrusu Üzerinde Gösterimi



Şekil 1.2: Doğal sayıların sayı doğrusu üzerinde gösterimi

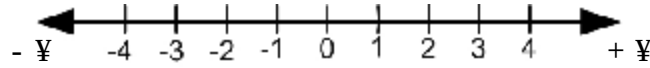
1.4. Tam (Integers) Sayılar (Z)

1.4.1. Tam Sayıların Tanımı

Eksi (-) sonsuzdan başlayıp artı (+) sonsuza kadar devam eden sayılara **tam sayılar** denir. Tam sayılar kümesi:

$$\mathbb{Z} = \{-\infty, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, \infty\}$$

1.4.2. Tam Sayıların Sayı Doğrusu Üzerinde Gösterimi



Şekil 1.3: Tam sayıların sayı doğrusu üzerinde gösterimi

1.4.3. Negatif Tam Sayılar Kümesi

0 (sıfır) hariç olmak üzere sıfırdan eksi (-) sonsuza kadar olan sayılara **negatif tam sayı** denir.

$$\mathbb{Z}^- = \{-\infty, \dots, -3, -2, -1\}$$

1.4.4. Pozitif Tam Sayılar Kümesi

0 (sıfır) hariç olmak üzere sıfırdan artı (+) sonsuza kadar olan sayılara **pozitif tam sayı** denir.

$$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots, \infty\}$$

1.4.5. Çift (Even) Sayılar

2 ile tam olarak bölünebilen tam sayılara **çift sayı** denir.

$$\mathbb{E} = \{-\infty, \dots, -4, -2, 2, 4, \dots, +\infty\}$$

1.4.6. Tek (Odd) Sayılar

2 ile tam olarak bölünemeyen tam sayılara **tek sayı** denir.

$$\mathbf{O} = \{-\infty, \dots, -3, -1, 1, 3, \dots +\infty\}$$

1.5. Rasyonel Sayılar (Q)

1.5.1. Kesir

$a, b \in \mathbb{Z}$ ve $b \neq 0$ olmak koşuluyla $\frac{a}{b}$ ifadesine **kesir** denir.

$\frac{a}{b}$ ifadesinde a pay, b payda olarak isimlendirilir.

1.5.2. Basit Kesir

Payı paydasından mutlak değerce küçük olan kesirlere **basit kesir** denir. Bunlar (-1) ile $(+1)$ arasındadır.

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{11}{17}, \frac{-3}{4} \text{ gibi}$$

1.5.3. Bileşik Kesir

Payı paydasına mutlak değerce eşit yada büyük olan kesirlere **bileşik kesir** denir.

$$\frac{5}{5}, \frac{7}{3}, \frac{16}{-9}, \frac{23}{4} \text{ gibi}$$

1.5.4. Tam Sayılı Kesir

$$6\frac{2}{5}, 3\frac{8}{10}, 5\frac{3}{7} \text{ gibi kesirlere } \mathbf{tam \ sayılı \ kesir} \text{ denir.}$$

Tam sayılı bir kesri bileşik kesre, bileşik kesri de tam sayılı kesre çevirebiliriz. a tamsayıyı, b payı ve c 'de paydayı ifade etmek üzere;

$$a\frac{b}{c} = \frac{(a \cdot c) + b}{c} \text{ bağıntısı ile tamsayılı kesir bileşik kesre dönüştürülebilir.}$$

Örnek: $4\frac{2}{7}$ ve $-6\frac{2}{3}$ tamsayılı kesirleri bileşik kesre çeviriniz.

Çözüm: $4\frac{2}{7} = \frac{4 \times 7 + 2}{7} = \frac{28 + 2}{7} = \frac{30}{7}$,
 $-6\frac{2}{3} = -(\frac{6 \times 3 + 2}{3}) = \frac{-18 - 2}{3} = \frac{-20}{3}$

Bileşik kesir tam sayılı kesre dönüştürülürken pay paydaya bölünür, bulunan bölüm değeri tamsayıya, kalan değer pay'a ve bölen ise paydaya yazılır.

bölünen
 $\downarrow$
 $\begin{array}{r} a \\ \hline b \\ \hline c \\ k \end{array}$
 $\leftarrow$ bölen
 $\leftarrow$ bölüm,
 $\leftarrow$ kalan

$$\frac{a}{b} = c \frac{k}{b}$$

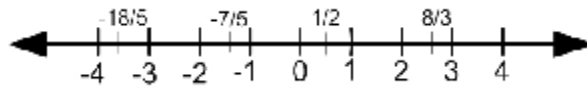
Örnek: $\frac{27}{10}$ bileşik kesrini tamsayılı kesir olarak ifade ediniz.

Çözüm: $\frac{27}{10}$ işleminin sonucu $\frac{27}{10} \left| \frac{10}{20} \right| \frac{7}{2}$ dir. O halde $\frac{27}{10} = 2\frac{7}{10}$ olarak ifade edilir.

1.5.5. Rasyonel Sayıların Tanımı

$b \neq 0$ ve a ile b değerlerinden biri asal sayı olmak şartıyla $\frac{a}{b}$ kesrine rasyonel sayı denir. Rasyonel sayılar Q ile gösterilir.

1.5.6. Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusu Üzerinde Gösterimi



Şekil 1.4: Rasyonel sayıların sayı doğrusu üzerinde gösterimi

İrrasyonel sayılar Q' ile gösterilir. Rasyonel olmayan sayılar anlamına gelir. Virgülden sonra belli bir kuralı olmadan sonsuza kadar devam eden sayılara **irrasyonel sayı** denir.

$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{15}$ kökten kurtulamayan veya, $\pi=3,14159265\dots$, $e=2,71828\dots$ gibi sayılar irrasyoneldir.

Bir sayı hem rasyonel hem de irrasyonel olamaz.

1.5.7. Rasyonel Sayılarda İşlemler

1.5.7.1. Genişletme ve Sadeleştirme

$k \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ ve } \frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{\frac{b}{k}}}{k} \text{ dır.}$$

Örnek: $\frac{3}{8}$ işlemini 2 ile genişletiniz.

$$\text{Çözüm: } \frac{3}{8} = \frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \frac{6}{16}$$

Örnek: $\frac{12}{15}$ işlemini sadeleştiriniz.

$$\text{Çözüm: } \frac{12}{15} = \frac{\frac{12}{3}}{\frac{15}{3}} = \frac{4}{5}$$

1.5.7.2. Toplama - Çıkarma

Toplama ve çıkarma işleminde payda eşitlenecek şekilde kesirler genişletilir ya da sadeleştirilir. Oluşan kesirlerin payları toplanır ya da çıkarılır. Ortak payda paydaya yazılır.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \times d \pm c \times b}{b \times d}$$

(d) (b)

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 7 + 4 \cdot 5}{5 \cdot 7} = \frac{21 + 20}{35} = \frac{41}{35}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 7 - 4 \cdot 5}{5 \cdot 7} = \frac{21 - 20}{35} = \frac{1}{35}$$

1.5.7.3. Çarpma - Bölme

Rasyonel sayılarda çarpma işlemi pay ve paydaları birbiri ile çarpmak sureti ile gerçekleştirilir.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Rasyonel sayılarda bölme işlemi yapılırken bölünen değer aynen yazılır, bölen değer ise pay ile payda yer değiştirmek suretiyle çarpılır.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}, \quad \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}, \quad \frac{a}{c} = \frac{a}{b \times c}$$

Örnek: $Q_1 = \frac{2}{7}$, $Q_2 = \frac{6}{5}$ olduğuna göre $Q = Q_1 \times Q_2$ işleminin sonucunu bulunuz.

Çözüm: $Q = Q_1 \times Q_2 = \frac{2}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{2.6}{7.5} = \frac{12}{35}$

$$\frac{\frac{5}{8}}{\frac{2}{4}} = \frac{5}{8} \times \frac{4}{2} = \frac{5.4}{8.2} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}, \quad \frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{4.7}{5} = \frac{28}{5}, \quad \frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{5.7}} = \frac{4}{5.7} = \frac{4}{35}$$

1.6. Ondalık Sayılar

a bir tam sayı ve n sayma sayısı ise $\frac{a}{10^n}$ biçimindeki rasyonel sayılara **ondalık sayı** denir. Paydası 10 ve 10' un kuvvetleri biçiminde olan rasyonel sayılardır.

$\frac{abcd}{1000} = a.bcd = a + \frac{b}{10} + \frac{c}{100} + \frac{d}{1000}$ dir. Burada a' ya **tam kısım**, bcd' ye de **ondalık kısım** denir.

1.6.1. Ondalık Sayılarda İşlemler

1.6.1.1. Toplama ve Çıkarma

Ondalık sayılar toplanırken virgüller alt alta gelecek şekilde yazılmalıdır. Doğal sayılardaki gibi toplama ve çıkarma işlemi yapılır. Sonuç virgüllerin hizasından virgülle ayrılır.

$$\begin{array}{r} \text{Örnek:} \quad 5,028 \\ 4,95 \\ + 0,0001 \\ \hline 9,9781 \end{array}$$

1.6.1.2. Çarpma

Ondalık kesirlerin çarpımı yapılırken virgöl yokmuş gibi çarpma işlemi yapılır. Sonuç, çarpılan sayıların virgülden sonraki basamak sayılarının toplamı kadar sağdan sola doğru virgülle ayrılır.

Örnek:

$$\begin{array}{r} 3,64 \\ \times 0,2 \\ \hline 0,728 \end{array}$$

1.6.1.3. Bölme

Ondalık kesirlerin bölme işlemi yapılırken bölen, virgülden kurtulacak şekilde 10' un kuvveti ile çarpılır. Bölünen de aynı 10' un kuvveti ile çarpılarak normal bölme işlemi yapılır.

Örnek:

$$\frac{2,4}{0,4} = \frac{24,0}{4,0} = \frac{24}{4} = 6 \qquad \frac{64,512}{0,08} = \frac{64512,0}{80,0} = \frac{64512}{80} = 806,4$$

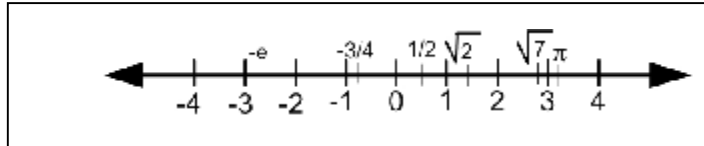
1.7. Reel (Gerçek) Sayılar (R)

1.7.1. Reel Sayıların Tanımı

Rasyonel ve rasyonel olmayan (irrasyonel) sayıları içine alan kümeye **reel sayı** denir.

$$R = Q \cup \bar{Q}$$

1.7.2. Reel Sayıların Sayı Doğrusu Üzerinde Gösterimi



Şekil 1.5: Reel sayıların sayı doğrusu üzerinde gösterimi

Sonuç olarak;

R É Q É Z É N

1.8. Mutlak Değer

Bir tam sayının işaretine bakılmaksızın gösterdiği değere o tam sayının **mutlak değeri** denir. Sayının 0 noktasına olan uzaklığıdır. Mutlak değer $|...|$ şeklinde gösterilir.

$a > 0$ ise, $|a| = a$ dır. $a = 0$ ise, $|a| = 0$ dır. $a < 0$ ise, $|a| = -a$ dır.

$$|7| = 7$$

$$|-26| = -(-26) = 26$$

Örnek: $|-5| - |-2| - |-9| = ?$

Çözüm: $|-5| - |-2| - |-9| = -(-5) - [-(-2)] - [-(-9)] = 5 - (+2) - (+9) = 5 - 11 = -6$

$$\left| \frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$$

$$|0| = 0$$

$$\left| -\frac{7}{8} \right| = \frac{7}{8}$$

$$|-\sqrt{3}| = \sqrt{3}$$

$$|\pi| = \pi$$

1.9. Matematiğin Temel Kanunları

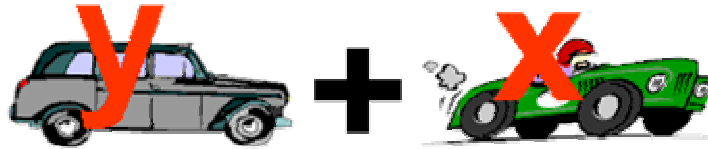
1.9.1. Toplamanın Değişme Kanunu

$$a + b = b + a$$

Örnek:

$$2 + 3 = 3 + 2$$

$$5 = 5$$





1.9.2. Toplamanın Birleşme Kanunu

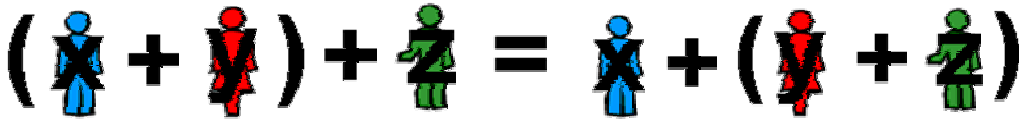
$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Örnek:

$$2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4$$

$$2 + 7 = 5 + 4$$

$$9 = 9$$



1.9.3. Çarpmanın Değişme Kanunu

$$ab = ba$$

Örnek:

$$(3) (4) = (4) (3)$$

$$12 = 12$$

1.9.4. Çarpmanın Birleşme Kanunu

$$a (bc) = (ab) c$$

Örnek:

$$2 \times (3 \times 4) = (2 \times 3) \times 4$$

$$2 \times 12 = 6 \times 4$$

$$24 = 24$$

1.9.5. Dağılıma Kanunu

$$a(b + c) = ab + ac$$

Örnek:

$$\begin{array}{rcl} 2(3 + 4) & = & 2(3) + 2(4) \\ 2(7) & = & 6 + 8 \\ 14 & = & 14 \end{array}$$


$$3(x + 6) = 3 \cdot x + 3 \cdot 6$$

$$= 3x + 18$$

1.9.6. Etkisiz Elemanlar

Toplamada etkisiz eleman 0'dır.
 $a + 0 = 0 + a = a$

Örnek:

$$3 + 0 = 3 \text{ ve ya } 0 + 3 = 3$$


$$+ 0 =$$


Çarpmada etkisiz eleman 1'dir.
 $a \times 1 = 1 \times a = a$

Örnek:

$$-7 \times 1 = -7 \text{ ve ya } 1 \times (-7) = -7$$


$$\cdot 1 =$$


1.9.7. Ters Eleman

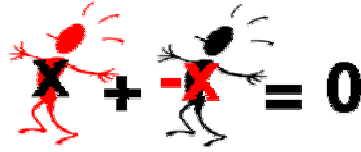
1.9.7.1. Toplamada Ters Eleman

a ve b reel sayılar olmak üzere $a + b$ sonucu sıfır ise b, a'nın, a da b'nin ters elemanlarıdır.

$$a + -a = 0$$

Örnek:

$$6 + (-6) = 0$$



1.9.7.2. Çarpmada Ters Eleman

a ve b reel sayılar olmak üzere $a \times b$ sonucu 1 ise b, a'nın, a da b'nin ters elemanlarıdır.

$$a \times a^{-1} = a \times \frac{1}{a} = 1$$

Örnek:

$$5.5^{-1} = 5.\frac{1}{5} = 1$$



1.9.8. Yutan Eleman

$$a \cdot 0 = 0$$

$$\text{Örnek: } 26 \cdot 0 = 0$$

1.10. Temel İşlemler

1.10.1. Tam Sayılarda Toplama

Aynı işaretli iki sayı toplanırsa sonuca ortak işaret verilir.

Örnek:

$$1. \quad +8 + (+7) = 15$$

$$2. \quad -9 + (-24) = -33$$

Farklı işaretli iki sayı toplanırsa mutlak değeri büyük sayıdan mutlak değeri küçük sayı çıkarılır. Mutlak değeri büyük olan sayının işareti sonuca verilir

Örnek:

$$1. \quad -8 + (+5) \quad \begin{array}{l} |-8| = 8 \\ |+5| = 5 \end{array}$$

$8 > 5$ bu yüzden sonuç negatiftir
 $8 - 5 = 3$ böylece $-8 + (+5) = -3$

$$2. \quad (-9) + 14 \quad \begin{array}{l} |+14| = 14 \\ |-9| = 9 \end{array}$$

$14 > 9$ bu yüzden sonuç pozitifdir
 $14 - 9 = 5$ böylece $14 + (-9) = +5$

1.10.2. Tam Sayılarda Çıkarma

Bir sayıyı diğerinden çıkarırken çıkarılacak sayının işareti değiştirilir. Daha sonra toplama işlemi yapılır.

Örnek:

$$1. \quad -6 - (-9) = -6 + 9 \\ = 3$$

$$2. \quad -13 - (+7) = -13 + (-7) \\ = -20$$

1.10.3. Tam Sayılarda Çarpma ve Bölme

Aynı işaretli sayıların çarpma ve bölme işlemlerinde çıkan sonuç pozitif (+) olur.

Örnek:

$$1. \quad (-8) (-9) = |-8| \times |-9| \\ = 8 \times 9 \\ = 72$$

$$\begin{aligned} 2. \quad -27 / (-3) &= |-27| / |-3| \\ &= 27 / 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Zıt işaretli sayıların çarpma ve bölme işlemlerinde çıkan sonuç negatif (-) olur.

Örnek:

$$\begin{aligned} 1. \quad (-8) (9) &= -72 \\ 2. \quad 81 / (-3) &= -27 \end{aligned}$$

1.11. İşlem Sırası

- Ø İlk önce parantez içindeki işlemler
- Ø Üs alma işlemi
- Ø Soldan sağa doğru sırasıyla çarpma ve bölme işlemleri
- Ø Soldan sağa doğru sırasıyla toplama ve çıkarma işlemleri yapılmalıdır.

Parantez başına eksi gelirse, parantez içindeki tüm terimlerin işaretleri değişir.

Örnek:

$$\begin{aligned} 1. \quad 6 + 10 / 2 & \quad \text{(ilk önce bölme yap)} \\ &= 6 + 5 \\ &= 11 \\ 2. \quad 8 + 9 \times 2 + 16 - 12 / 4 & \quad \text{(soldan sağa doğru çarp ve böl)} \\ &= 8 + 18 + 16 - 3 \quad \text{(soldan sağa doğru topla ve çık)} \\ &= 26 + 16 - 3 \\ &= 42 - 3 \\ &= 39 \\ 3. \quad 28 - (26 - (3 - (4 - 3))) & \quad \text{(en içteki parantez ile başla)} \\ &= 28 - (26 - (3 - 1)) \end{aligned}$$

$$= 28 - (26 - 2)$$

$$= 28 - 24$$

$$= 4$$

1.12. Sayılarla İlgili Basit Elektrik Problemleri ve Çözümleri

Örnek: Birbirine seri bağlı üç direncin değerleri; 3Ω , 9Ω , 16Ω 'dur. Toplam direnci hesaplayınız.

Çözüm: $R_T = R_1 + R_2 + R_3$

$$R_T = 3 + 9 + 16 = 28\Omega$$

Örnek: Birbirine paralel bağlı dört direncin değerleri; 3Ω , 2Ω , 4Ω , 6Ω 'dur Toplam direnci hesaplayınız.

Çözüm: $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{4}{12} + \frac{6}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{(4 + 6 + 3 + 2)}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{5}{4} \quad \frac{R_T}{1} = \frac{4}{5}$$

$$R_T = 0,8W$$

Örnek: A ve B noktaları arasında seri bağlı iki dirençte okunan değerler $-4,5$ Volt ve $2,78$ Volt'tur. A ve B noktaları arasındaki toplam gerilim nedir?

Çözüm: $V_{AB} = -4,5 + 2,78$

$$V_{AB} = -1,72 \text{ Volt}$$

Örnek: Ölçü aletinde okunan değer maksimum değer $0,707$ si kadar olduğuna göre 220 V AC gerilimin maksimum değeri nedir?

Çözüm: $V_m = \frac{220}{0,707} = 311,173 \text{ V}$

Örnek: 220 V 50 Hz lik şebekede **20mF** lık kondansatörün kapasitif reaktansı nedir?

Çözüm:

$$X_c = \frac{1}{2\pi \times f \times C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{314 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{6280} = \frac{10^5}{628} = \frac{100000}{628} = 159,23 \text{ W}$$

1.13. Direnç, Gerilim ve Akım Problemleri

Örnek: Bir direncin uçlarına düşen gerilim değeri 200 Volt, direncin uçlarından geçen akım 10A ise direnç değeri nedir?

$$\text{Çözüm: } R = \frac{V}{I} = \frac{200}{10} = 20\text{W}$$

Örnek: Direnç değeri 5Ω olan bir direncin uçlarında düşen gerilim 100 Volt ise direncin uçlarından geçen akım değeri nedir?

$$\text{Çözüm: } I = \frac{V}{R} = \frac{100}{5} = 20\text{A}$$

Örnek: Direnci 40Ω olan bir elektrik ocağından geçen akım 5,5A'dır. Bu ocağın 10 dakikada yaydığı ısıyı bulunuz?

$$\begin{aligned} \text{Çözüm: } Q &= 0,24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t \\ &= 0,24 \cdot 5,5^2 \cdot 40 \cdot 10 \cdot 60 = 174240 \text{ cal} = 174,24\text{kcal} \end{aligned}$$

1.14. Üslü İfadeler

1.14.1. Üslü Sayıların Tanımı

Genel olarak, üslü sayılarda kullanılan format:

$$(\text{taban})^{\text{üs}}$$

Üs, tabandaki sayının kaç tanesinin birbiri ile çarpılacağını belirtir.

$a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere;

$\underbrace{a.a.a....a}_{n \text{ tane}} = a^n$ dir. (a: taban ; n: üs)

a^n , a'nın n. kuvveti (üssü) şeklinde okunur.

1.14.2. Üslü Sayılar İle İlgili Özellikler

1. a^n ifadesi ile $n.a$ ifadesi karıştırılmamalıdır. Çünkü,

$n.a = a+a+a+....+a$ dır

Örnek:

$$8^3 = 8.8.8 = 512$$

$$8^3 \neq 3.8$$

$$\text{Çünkü } 3.8 = 8+8+8 = 24$$

2. Sıfırdan farklı bir sayının sıfırıncı kuvveti 1 dir

$a \neq 0$ için $a^0 = 1$ dir.

Örnek:

$$3968^0 = 1$$

$$(-74)^0 = 1$$

$$\left(\frac{2x-5}{x+7} \right)^0 = 1$$

3. 0^0 tanımsızdır.

4. $1^n = 1$ dir.

5. Negatif sayıların tek kuvveti negatif, çift kuvvetleri pozitiftir.

Örnek:

$$(-5)^3 = (-5).(-5).(-5) = -125$$

$$(-8)^2 = 64$$

6. $a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $(-a)^{2n} \neq (-a^{2n})$

Örnek:

$$-3^4 = -81$$

7. $(a^n)^m = a^{n.m}$

Örnek:

$$(2^2)^5 = 2^{2.5} = 2^{10} = 1024$$

8. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Örnek:

$$(3^2)^3 = 3^6 = 729 \quad 3^{(2^3)} = 3^8 = 6561$$

9. $a^{-1} = \frac{1}{a} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

Örnek: $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

10. **Üslü sayılarda çarpma:**

a. Tabanlar aynı ise üsler işaretleri ile beraber toplanır

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

Örnek: $10^3 \cdot 10^6 \cdot 10^{-2} = 10^{3+6-2} = 10^9 = 1000000000$

b. Üsler aynı ise ortak üs parantezine alınabilir.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Örnek: $6^4 \cdot 23^4 = (6 \cdot 23)^4 = 362673936$

11. **Üslü sayılarda bölme**

a. Tabanlar aynı ise üsler işaretleri ile beraber çıkarılır.

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} = \frac{1}{a^{y-x}}$$

Örnek: $\frac{9^4}{9^3} = 9^{4-3} = 9$

b. Üsler aynı ise ortak üs parantezine alınabilir.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Örnek: $\frac{a^{x-1}}{b^x} = \frac{a^x \cdot a^{-1}}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x \cdot a^{-1} = \left(\frac{a}{b}\right)^x \cdot \frac{1}{a}$

12. $a^x = a^y \rightarrow x = y$ dir. ($a \neq 0$, $a \neq \pm 1$)

13. $a^x = b^x \rightarrow |a| = |b|$ ($x \neq 0$)

1.14.3. Üslü Sayılar ile İlgili İşlemler

1.14.3.1. Toplama

$2,3 \cdot 10^7 + 5,6 \cdot 10^7$ toplamını yazınız.

$$(2,3+5,6) \cdot 10^7 = 7,9 \cdot 10^7$$

1.14.3.2. Çıkarma

$4 \cdot 10^3 - 9 \cdot 10^3$ farkını bulunuz.

$$(4-9) \cdot 10^3 = -5 \cdot 10^3$$

1.14.3.3. Çarpma

$(5 \cdot 10^{-6}) \cdot (7 \cdot 10^4)$ işlemini yapınız.

$$(5 \cdot 7) \cdot (10^{-6} \cdot 10^4) = 35 \cdot 10^{-6+4} = 35 \cdot 10^{-2}$$

1.14.3.4. Bölme

$$\frac{270 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^{-6}} = \frac{270}{3} \cdot 10^{3-(-6)} = 90 \cdot 10^9 = 9 \cdot 10^{10}$$

1.15. Tabanı 10 Olan Sayılarla İşlemler

$10^0=1$ $10^1=10$ $10^2= 10. 10 = 100$ $10^3= 10 .10.10 = 1000$ $10^n=10...0$	Üsteki rakam pozitif ise, 1'in sağına üs sayısı kadar 0 yazılır. Üsteki rakam kadar 10 çarpılır.
$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$ $10^{-2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$ $10^{-3} = \frac{1}{10 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$	Üsteki rakam negatif ise, 1'in soluna üs sayısı kadar 0 yazılır. En soldaki sıfırdan sonra virgöl yazılması unutulmamalıdır. Üsteki rakam kadar $\frac{1}{10}$ çarpılır.

$$\frac{10^4 \cdot 10^3}{10^{-2}} = \frac{10^7}{10^{-2}} = 10^7 \cdot 10^2 = 10^{7+2} = 10^9 = 1.000.000.000$$

$$\frac{270 \cdot 10^{-6} + 330 \cdot 10^{-6}}{150 \cdot 10^{-9}} = \frac{600 \cdot 10^{-6}}{150 \cdot 10^{-9}} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^9 = 4 \cdot 10^{-6+9} = 4 \cdot 10^3 = 4.000$$

$$\frac{560 \cdot 10^3 + 680 \cdot 10^3}{124 \cdot 10^8} = \frac{1240 \cdot 10^3}{124 \cdot 10^8} = \frac{124 \cdot 10^4}{124 \cdot 10^8} = 10^4 \cdot 10^{-8} = 10^{4-8} = 10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10.000} = 0,0001$$

$$(8,2 \cdot 10^6) \mu \%5$$

$$\text{Yüzdesi} = 8,2 \cdot 10^6 \cdot \frac{5}{100} = \frac{41 \cdot 10^6}{10^2} = 41 \cdot 10^6 \cdot 10^{-2} = 41 \cdot 10^4 = 410.000$$

$$8,2 \cdot 10^6 - 41 \cdot 10^4 = 8.200.000 - 410.000 = 7.790.000$$

$$8,2 \cdot 10^6 + 41 \cdot 10^4 = 8.200.000 + 410.000 = 8.610.000$$

1.16. Metrik Birim Çevirme

10' un Kuvvetleri			
Çarpan		Önek	Sembol
1 000 000 000 000 000 000 000 000 =	10^{24}	yotta	Y
1 000 000 000 000 000 000 000 =	10^{21}	zeta	Z
1 000 000 000 000 000 000 =	10^{18}	exa	E
1 000 000 000 000 000 =	10^{15}	peta	P
1 000 000 000 000 =	10^{12}	tera	T
1 000 000 000 =	10^9	giga	G
1 000 000 =	10^6	mega	M
1 000 =	10^3	kilo	k
100 =	10^2	*hekto	h
10 =	10^1	*deka	Da
1 =	10^0	Birim	
0.1 =	10^{-1}	*desi	d
0.01 =	10^{-2}	*santi	c
0.001 =	10^{-3}	mili	m
0.000 001 =	10^{-6}	mikro	μ
0.000 000 001 =	10^{-9}	nano	n
0.000 000 000 001 =	10^{-12}	piko	p
0.000 000 000 000 001 =	10^{-15}	femto	f
0.000 000 000 000 000 001 =	10^{-18}	atto	a
0.000 000 000 000 000 000 001 =	10^{-21}	zepto	z
0.000 000 000 000 000 000 000 001 =	10^{-24}	yokto	y

Örnek 1 $100 \text{ pF} = \dots \text{ nF}$ $100 \times 10^{-12} \text{ F} = 100 \times 10^{-3} \times 10^{-9} \text{ F}$ $100 \text{ pF} = 100 \times 10^{-3} \text{ nF}$ $100 \text{ pF} = 0,1 \text{ nF}$	Örnek 2 $10 \text{ }\mu\text{F} = \dots \text{ nF}$ $10 \times 10^{-6} \text{ F} = 10 \times 10^3 \times 10^{-9} \text{ F}$ $10 \text{ }\mu\text{F} = 10 \times 10^3 \text{ nF}$ $10 \text{ }\mu\text{F} = 10000 \text{ nF}$
Örnek 3 $0,1 \text{ mH} = \dots \text{ H}$ $0,1 \times 10^{-3} \text{ H} = 0,1 \times 10^{-3} \text{ H}$ $0,1 \text{ mH} = 0,0001 \text{ H}$	Örnek 4 $0,963 \text{ mH} = \dots \text{ nH}$ $0,963 \times 10^{-3} \text{ H} = 0,963 \times 10^6 \times 10^{-9} \text{ H}$ $0,963 \text{ mH} = 0,963 \times 10^6 \text{ nH}$ $0,963 \text{ mH} = 963000 \text{ nH}$
Örnek 5 $10 \text{ MHz} = \dots \text{ KHz}$ $10 \times 10^6 \text{ Hz} = 10 \times 10^3 \times 10^3 \text{ Hz}$ $10 \text{ MHz} = 10 \times 10^3 \text{ KHz}$ $10 \text{ MHz} = 10000 \text{ KHz}$	Örnek 6 $0,05 \text{ km} = \dots \text{ cm}$ $0,05 \times 10^3 \text{ m} = 0,05 \times 10^5 \times 10^{-2} \text{ m}$ $0,05 \text{ km} = 0,05 \times 10^5 \text{ cm}$ $0,05 \text{ km} = 5000 \text{ cm}$
Örnek 7 $500 \text{ kW} = \dots \text{ MW}$ $500 \times 10^3 \text{ W} = 500 \times 10^{-3} \times 10^6 \text{ W}$ $500 \text{ kW} = 500 \times 10^{-3} \text{ MW}$ $500 \text{ kW} = 0,5 \text{ MW}$	Örnek 8 $750 \text{ }\mu\mu\text{F} = \dots \text{ }\mu\text{F}$ $750 \times 10^{-12} \text{ F} = 750 \times 10^{-6} \times 10^{-6} \text{ }\mu\text{F}$ $750 \text{ }\mu\mu\text{F} = 750 \times 10^{-6} \text{ }\mu\text{F}$ $750 \text{ }\mu\mu\text{F} = 0,00075 \text{ }\mu\text{F}$

1.17. Üslü Sayılarla Kondansatör Birimlerinin Birbirine Çevrilmesi

$$1 \text{ F} = 1000 \text{ mF} = 1.000.000 \text{ }\mu\text{F} = 10^9 \text{ nF} = 10^{12} \text{ pF}$$

$$1 \text{ mF} = 1.000 \text{ }\mu\text{F} = 10^6 \text{ nF} = 10^9 \text{ pF} = 10^{-3} \text{ F}$$

$$1 \text{ }\mu\text{F} = 10^3 \text{ nF} = 10^6 \text{ pF} = 10^{-3} \text{ mF} = 10^{-6} \text{ F}$$

$$1 \text{ nF} = 10^3 \text{ pF} = 10^{-3} \text{ }\mu\text{F} = 10^{-6} \text{ mF} = 10^{-9} \text{ F}$$

$$1 \text{ pF} = 10^{-3} \text{ nF} = 10^{-6} \text{ }\mu\text{F} = 10^{-9} \text{ mF} = 10^{-12} \text{ F}$$

$$10^{12} \text{ pF} = 10^9 \text{ nF} = 1.000.000 \text{ }\mu\text{F} = 1000 \text{ mF} = 1 \text{ F}$$

1.18. Üslü Sayılarla Bobin Birimlerinin Çevrilmesi Problem Çözümleri

$$\begin{aligned}1 \text{ H} &= 1000 \text{ mH} = 1.000.000 \text{ } \mu\text{H} = 10^9 \text{ nH} = 10^{12} \text{ pH} \\1 \text{ mH} &= 1.000 \text{ } \mu\text{H} = 10^6 \text{ nH} = 10^9 \text{ pH} = 10^{-3} \text{ H} \\1 \text{ } \mu\text{H} &= 10^3 \text{ nH} = 10^6 \text{ pH} = 10^{-3} \text{ mH} = 10^{-6} \text{ H} \\1 \text{ nH} &= 10^3 \text{ pH} = 10^{-3} \text{ } \mu\text{H} = 10^{-6} \text{ mH} = 10^{-9} \text{ H} \\1 \text{ pH} &= 10^{-3} \text{ nH} = 10^{-6} \text{ } \mu\text{H} = 10^{-9} \text{ mH} = 10^{-12} \text{ H} \\10^{12} \text{ pH} &= 10^9 \text{ nH} = 1.000.000 \text{ } \mu\text{H} = 1000 \text{ mH} = 1 \text{ H}\end{aligned}$$

1.19. Üslü Sayılarla Frekans Birimlerinin Çevrilmesi Problem Çözümleri

$$\begin{aligned}1 \text{ MHz} &= 1000 \text{ KHz} = 1.000.000 \text{ Hz} \\1 \text{ KHz} &= 1000 \text{ Hz} = 0,001 \text{ MHz} \\1 \text{ Hz} &= 0,001 \text{ KHz} = 10^{-6} \text{ MHz} \\1 \text{ Hz} &= 1000 \text{ mHz} = 1.000.000 \text{ } \mu\text{Hz} = 10^9 \text{ nHz} = 10^{12} \text{ pHz} \\1 \text{ mHz} &= 1.000 \text{ } \mu\text{Hz} = 10^6 \text{ nHz} = 10^9 \text{ pHz} = 10^{-3} \text{ Hz} \\1 \text{ } \mu\text{Hz} &= 10^3 \text{ nHz} = 10^6 \text{ pHz} = 10^{-3} \text{ mHz} = 10^{-6} \text{ Hz} \\1 \text{ nHz} &= 10^3 \text{ pHz} = 10^{-3} \text{ } \mu\text{Hz} = 10^{-6} \text{ mHz} = 10^{-9} \text{ Hz} \\1 \text{ pHz} &= 10^{-3} \text{ nHz} = 10^{-6} \text{ } \mu\text{Hz} = 10^{-9} \text{ mHz} = 10^{-12} \text{ Hz} \\10^{12} \text{ pHz} &= 10^9 \text{ nHz} = 1.000.000 \text{ } \mu\text{Hz} = 1000 \text{ mHz} = 1 \text{ Hz}\end{aligned}$$

1.20. Üslü Sayılarla Basit Elektrik Problem Çözümleri

Örnek: Birbirine seri bağlı üç direncin değerleri; 2,7MΩ, 3,3KΩ, 79KΩ ‘dur. Toplam direnci hesaplayınız.

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } R_T &= R_1 + R_2 + R_3 \\R_T &= 2,7 \times 10^6 + 3,3 \times 10^3 + 79 \times 10^3 \\R_T &= 2700000 + 3300 + 79000 \\R_T &= 2782300 \Omega\end{aligned}$$

Örnek: Birbirine paralel bağlı üç direncin değerleri; 2,7MΩ, 3,3KΩ, 79KΩ’dur. Toplam direnci hesaplayınız.

$$\text{Çözüm: } \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{R_T} &= \frac{1}{2,7 \cdot 10^6} + \frac{1}{3,3 \cdot 10^3} + \frac{1}{79 \cdot 10^3} \\
\frac{1}{R_T} &= \frac{3,3 \cdot 79}{2,7 \cdot 10^6 \cdot 3,3 \cdot 79} + \frac{2,7 \cdot 79 \cdot 10^3}{3,3 \cdot 10^3 \cdot 2,7 \cdot 79 \cdot 10^3} + \frac{2,7 \cdot 3,3 \cdot 10^3}{79 \cdot 10^3 \cdot 2,7 \cdot 3,3 \cdot 10^3} \\
\frac{1}{R_T} &= \frac{260,7}{703,89 \cdot 10^6} + \frac{213,3 \cdot 10^3}{703,89 \cdot 10^6} + \frac{8,91 \cdot 10^3}{703,89 \cdot 10^6} = \frac{260,7 + (213,3 + 8,91) \cdot 10^3}{703,89 \cdot 10^6} \\
\frac{1}{R_T} &= \frac{260,7 + 222,21 \cdot 10^3}{703,89 \cdot 10^6} = \frac{0,2607 \cdot 10^3 + 222,21 \cdot 10^3}{703,89 \cdot 10^6} = \frac{(0,2607 + 222,21) \cdot 10^3}{703,89 \cdot 10^6} \\
\frac{1}{R_T} &= \frac{222,4707 \cdot 10^3}{703,89 \cdot 10^6} = \frac{222,4707 \cdot 10^3}{703890 \cdot 10^3} = \frac{222,4707}{703890} \\
\frac{1}{R_T} &= \frac{222,4707}{703890} \quad R_T = \frac{703890}{222,4707} \\
R_T &= 3163,96721 \text{ W} = 3,16396721 \text{ KW} @ 3,16 \text{ KW}
\end{aligned}$$

Örnek: $68\text{W} \pm \%5$ lik bir direncin toleransı nedir? Bu direncin alabileceği en yüksek ve en düşük değerleri bulunuz.

$$\text{Çözüm: } T = 68 \text{ W} \times \%5 = \frac{68 \times 5}{100} = \frac{340}{100} = 3,4 \text{ W}$$

$$T^+ = 68 + 3,4 = 71,4 \text{ W}$$

$$T^- = 68 - 3,4 = 64,6 \text{ W}$$

Örnek: $1\text{MW} \pm \%20$ lik bir direncin toleransı nedir? Bu direncin alabileceği en yüksek ve en düşük değerleri bulunuz.

$$\text{Çözüm: } T = 1\text{MW} \times \%20 = \frac{1 \cdot 20}{100} = \frac{20}{100} = 0,2 \text{ MW}$$

$$T^+ = 1 + 0,2 = 1,2 \text{ MW} = 1200 \text{ KW}$$

$$T^- = 1 - 0,2 = 0,8 \text{ MW} = 800 \text{ KW}$$

1.21. Kareköklü İfadeler

1.21.1. Kareköklü Sayıların Tanımı

$a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}(n > 1)$ olmak üzere $\sqrt[n]{a}$ ifadesine a 'nın n 'inci kuvvetten kökü denir.

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}; \text{ karekök } a$$

$\sqrt[n]{a}$; köp kök a

$\sqrt[n]{a}$; dördüncü dereceden kök a şeklinde okunur

Her köklü ifade bir reel sayı belirtmez.

$\sqrt[n]{a}$ ifadesinin bir reel sayı belirtmesi için $a \geq 0$ olmalı veya n tek sayı olmalıdır.

n çift sayı ve $a < 0$ ise $\sqrt[n]{a}$ ifadesi bir reel sayı belirtmez.

Örnek:

$\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[3]{-5}$ sayıları reeldir.

$\sqrt{-5}$, $\sqrt[6]{-2}$, $\sqrt[4]{-16}$ sayıları reel değildir.

1.21.2. Rasyonel Üs

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}} \text{ dir.}$$

Örnek: $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[8]{2^5} = 2^{\frac{5}{8}}$, $\sqrt[4]{10^4} = |10| = 10$, $\sqrt{10^2} = |10| = 10$,
 $\sqrt[3]{5^3} = 5$, $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$

1.21.3. Rasyonel Üssün Sadeleştirilmesi veya Genişletilmesi

k bir doğal sayı olmak üzere,

$$\sqrt[m]{a^n} = k \sqrt[m]{a^{k \cdot n}}, a > 0 \quad \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[\frac{m}{k}]{a^{\frac{n}{k}}}, a > 0$$

Örnek: $\sqrt{7} = \sqrt[3 \cdot 2]{7^{3 \cdot 1}} = \sqrt[6]{7^3}$

Çözüm : $\sqrt[12]{16} = \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[\frac{12}{4}]{2^{\frac{4}{4}}} = \sqrt[3]{2}$

1.21.4. Bir Sayıyı Kök İçine Alma veya Kök Dışına Çıkarma

t>0 olmak üzere,

$$t \times \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{t^n \times a} \text{ dir.}$$

n tek doğal sayı ve $t \in \mathbf{R}$ için,

$$\sqrt[n]{t^n \times a} = t \times \sqrt[n]{a} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$$

$$\sqrt[5]{64} = \sqrt[5]{2^5 \times 2} = 2\sqrt[5]{2}$$

1.21.5. Toplama-Çıkarma

Köklerinin dereceleri ve içleri aynı olan ifadeler toplanır veya çıkarılır.

$$a\sqrt[n]{x} + b\sqrt[n]{x} - c\sqrt[n]{x} = (a + b - c)\sqrt[n]{x}$$

$$\text{Örnek: } \sqrt[3]{10} + 3\sqrt[3]{10} - 7\sqrt[3]{10} = (1 + 3 - 7)\sqrt[3]{10} = -3\sqrt[3]{10}$$

1.21.6. Çarpma-Bölme

Kök dereceleri birbirine eşit ise;

$$\sqrt[n]{x} \times \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \times y} \quad \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

$$\text{Örnek: } \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{18} = \sqrt[3]{2^3 \times 3^3} = 2 \times 3 = 6$$

$$\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{150}{6}} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$$

Kök dereceleri eşit değilse, eşitlenir. Sonra işlem yapılır.

n çift sayı ise x ve y pozitif sayı olmalıdır

$$\sqrt{5} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3 \times 2]{5^{3 \times 1} \times 2^{2 \times 1}} = \sqrt[6]{5^3 \times 2^2} = \sqrt[6]{125 \times 4} = \sqrt[6]{500}$$

1.21.7. Paydayı Rasyonel Yapma

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} \quad \frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b} + \sqrt{c})}{b - c} \quad \frac{a}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b} - \sqrt{c})}{b - c}$$

$$\text{Örnek: } \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \frac{2 \times (\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1) \times (\sqrt{3} + 1)} = \frac{2 \times (\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} = \sqrt{3} + 1$$

$$\frac{15}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} = \frac{15 \times (\sqrt{7} - \sqrt{2})}{(\sqrt{7} + \sqrt{2}) \times (\sqrt{7} - \sqrt{2})} = \frac{15 \times (\sqrt{7} - \sqrt{2})}{7 - 2} = 3 \times (\sqrt{7} - \sqrt{2})$$

1.21.8. Kareköklü Sayılarla Basit Elektrik Problem Çözümleri

Örnek: Seri RLC devresinde $R = 300\Omega$, $L = 0,35H$, $C = 0,2mF$ olduğuna göre rezonans frekansını bulunuz.

$$\begin{aligned}\text{Çözüm: } f_r &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,35 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,07 \cdot 10^{-6}}} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^{-3} \sqrt{0,07}} \\ f_r &= \frac{10^3}{2\pi \cdot \sqrt{0,07}} = \frac{10^3}{2,3,14 \cdot 0,264} = \frac{1000}{1,657} = 603,5 \text{ Hz}\end{aligned}$$

Örnek: $R=60\Omega$ $X_L=80\Omega$ ise toplam empedans Z değeri nedir?

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\text{Çözüm: } Z = \sqrt{60^2 + 80^2}$$

$$Z = \sqrt{3600 + 6400} = \sqrt{10000}$$

$$Z = 100\Omega$$

PERFORMANS DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki işlemlerde kendi çalışmalarınızı kontrol ediniz. Hedefe ilişkin tüm davranışları kazandığınız takdirde başarılı sayılırsınız.

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
Sayı çeşitlerini bilmek		
Doğal, tam, rasyonel, irrasyonel, reel, ondalıklı sayılarla matematiksel işlemleri yapmak		
Üslü ve kareköklü ifadelerle matematiksel işlemler yapmak		
Sayıları elektrik ve elektronik devre hesaplamalarında kullanmak		

DEĞERLENDİRME

Performans değerlendirme sonucu “evet”, “hayır” cevaplarınızı değerlendiriniz. Eksiklerinizi faaliyete dönerek tekrarlayınız. Tamamı “evet” ise diğer öğrenme faaliyetine geçiniz

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

A) Aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

1. $4 - (-15) =$
2. $(-6) - (+2) =$
3. $(+4) - (-2) =$
4. $(-3) - (-7) =$
5. $(-8) - 14 =$
6. $(+4) - (-8) =$
7. $(+4) - (+9) =$
8. $(-8) - (-5) =$
9. $10 + (-5) + (-2) =$
10. $(-3) + (-3) - (-2) =$
11. $(-8) - (-4) =$
12. $(-12) - (-16) =$
13. $8 - (-6) =$
14. $14 - (+4) =$
15. $(-6) + 0 =$
16. $9 + (-11) =$
17. $(-4) - 0 =$
18. $15 - (-3) =$
19. $12 + (-3) =$
20. $(+7) - 0 =$
21. $6 + (-10) =$
22. $0 - (-14) =$
23. $0 + (-8) =$
24. $0 - (-7) =$
25. $(-25) - 0 =$
26. $(-12) - (-10) - (+8) =$
27. $(-30) + 14 + (-8) =$
28. $(-25) + 4 - 32 + 28 =$
29. $24 - (-12) - 12 + (-13) =$
30. $(-2) - 3 + (-4) - (-5) + (-6) =$
31. $(-15) - 13 - (-7) - 32 =$
32. $(-17) - 11 - (-12) - (-5) =$
33. $4 - (-5) + (-66) =$
34. $(-16) - (+3) =$
35. $(+9) - (-22) =$
36. $(-3) + (-7) =$
37. $(-7) + 1 =$
38. $(-1.82) - 14.6 =$
39. $(+4.7) - (-2.34) =$
40. $(+8.44) - (+3.99) =$
41. $(-3.44) - (-3.895) =$
42. $50 + (-25) + (-2) =$

B) Aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

1. $2^3 - 3^2 =$ _____

2. $2 \cdot 3 - 4 \cdot 2 + 7 =$ _____

3. $5(-1) + 6(-2) =$ _____

4. $(-2)(3) - (-1)(7) - (-2) =$ _____

5. $3 + 2^2 - 16 \cdot 3^2 =$ _____

6. $6 + (3 - 4) - 2 =$ _____

7. $6 + 3 - (4 - 2) =$ _____

8. $3^2 - 8 \cdot 2 + 7^2 - 35 =$ _____

9. $-4(2^3) - 6 =$ _____

10. $(8 - 2)^2 =$ _____

11. $(4 - 6)^2 =$ _____

12. $4 - 6^2 =$ _____

13. $[32 + (-4)] + 2 =$ _____

14. $32 + [(-4) + 2] =$ _____

15. $\frac{4 - 3^2}{8^2 + 2} =$ _____

16. $\frac{7^2 - 8^2 + 1^3}{2^3 + 3^2 - 2^3} =$ _____

17. $\frac{2(8 + 3) - 4(7 + 2)}{5(6 - 1) - 3(8 - 6)} =$ _____

18. $\frac{32(2 - 4) + 6}{4 \cdot 9 - 3(6 + 1)} =$ _____

19. $\frac{8 - 4^2 + 3 \cdot 5}{4 \cdot 2 - 3^2 + 9} =$ _____

20. $\frac{2 \cdot 3 - 4 \cdot 5 + 6}{-20 + (-5) + 8} =$ _____

21. $5+10-3^2 =$ _____ 22. $6 \cdot 4 + 5^2 - 11 =$ _____
23. $7 \cdot (2+3) - 21 =$ _____ 24. $(5+7) + 2^2 =$ _____
25. $5^2 - 4^2 + 3 \cdot 2 =$ _____ 26. $8 \cdot 9 - 6^2 + 4 =$ _____
27. $9^2 - (20+11) =$ _____ 28. $(2+3) \cdot 10^2 + 5^2 =$ _____
29. $3 \cdot (30+4) - 7^2 =$ _____ 30. $(1+5) \cdot 5 - 7 \cdot 4 =$ _____
31. $0 \cdot 15^2 \cdot (400+21) + 19^2 =$ _____ 32. $0 \cdot 1^2 \cdot (59+92) + 5 =$ _____
33. $6 \cdot (5+0)^2 =$ _____ 34. $(7-7) \cdot 33^2 + (45+3)^2 =$ _____
35. $49 + 7^2 \cdot (531+4) =$ _____ 36. $(233+18) + 250 + 3 \cdot 33 =$ _____
37. $\frac{5 \cdot 30}{15} - (3+3) =$ _____ 38. $\frac{(10+14) \cdot 200}{10^2} =$ _____
39. $\frac{10 \cdot (25+7)}{(5+3)^2} =$ _____ 40. $\frac{25 \cdot (6+7) - 5^2}{(6+7)^2 - 19} =$ _____
41. $3 \cdot 4 + (1+2) + 5 =$ _____ 42. $(9+6) \cdot 3 + (24+6) =$ _____
43. $(1^6 + 13) \cdot 2 + 7^2 =$ _____ 44. $(8^2 - 2^2) + 80 =$ _____

C) Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1.	$\frac{4}{12} + \frac{2}{6}$		6.	$\frac{4}{10} + \frac{9}{11}$	
2.	$\frac{2}{12} + \frac{3}{5}$		7.	$\frac{1}{4} + \frac{1}{12}$	
3.	$\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$		8.	$\frac{6}{9} + \frac{10}{12}$	
4.	$\frac{6}{7} + \frac{6}{6}$		9.	$\frac{4}{7} + \frac{7}{11}$	
5.	$\frac{3}{3} + \frac{2}{9}$		10.	$\frac{2}{8} + \frac{8}{11}$	

D) Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1). $2 + 0 - 2 \times 7 + 3 \times 5 =$

2). $(7 - 1) - 7 =$

3). $1 \times (1 \times 3) + 7 =$

4). $3 + 4 - 1 =$

5). $(2 - 5) + 3 - 3 =$

6). $(3 - 0) + 1 - 6 =$

7). $5 \times (5 - 6) =$

8). $(7 \times 3) - 6 \times 3 \times 7 =$

9). $6 + 4 + 6 + 6 \times 6 \times 6 =$

10). $6 + (7 + 5) - 7 =$

E) Aşağıdaki soruları cevaplayınız

1). $5 - 1 + (4 + 0) + 0$

2). $(6 + 6) - 5 - 7$

3). $1 \times 3 \times 4 \times (2 \times 2) - 4$

4). $4 + (4 \times 7) - 0 \times 2$

5). $4 - (3 + 5) \times 4$

6). $4 \times 1 \times (2 - 2) \times 3 - 0$

7). $(1 - 4) - 5$

8). $(5 \times 7) - 2 - 1 + 4$

9). $2 \times 2 - (2 - 1)$

10). $4 - (0 \times 7)$

F) Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. $\frac{4x^3}{2x^{-4}}$

2. $\frac{(-x)^0}{2x^{-2}}$

3. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$

4. $\frac{x^3y^4}{y^5}$

5. $\frac{2^{-3}}{3^{-2}}$

G) Aşağıdaki sorular için doğru cevabı işaretleyiniz.

	1. $x \cdot x = ?$
☐	a. $2x$
☐	b. x^2
☐	c. 0
☐	d. x^3
☐	e. Sadeleşmez

	2. $x(x^2 - 2x + 2) = ?$
☐	a. 2
☐	b. $5x - 2x^2$
☐	c. $x^3 - 2x^2 + 2x$
☐	d. $x^3 - 2x^2 + 2$
☐	e. Hiçbiri

	3. $x^3 y^4 z^{-5} (x^{-2} y^3 z^8) = ?$
☐	a. xy^7z^{13}
☐	b. $x^3y^7z^{13}$
☐	c. xyz^3
☐	d. xyz
☐	e. Hiçbiri

	4. $2x^2(3x) = ?$
☐	a. $5x^3$
☐	b. $18x$
☐	c. $9x^3$
☐	d. $6x^3$
☐	e. Sadeleşmez

	5. $(2x^2 - x + 1) - x(x - 1) = ?$
☐	a. $2x^2 - 2x - 1$
☐	b. $x^2 - 2x - 1$
☐	c. $x^2 + 1$
☐	d. $x^2 - 1$
☐	e. $x^2 - 2x + 1$

6. $(p^2q^5r)/(p^3qr^2) = ?$	
☐	a. $q^4/(pr)$
☐	b. $p^{-1}q^4r^{-1}$
☐	c. $(p^{-1}r^{-1})/q^{-4}$
☐	d. Hiçbiri
☐	e. Hepsi

7. $x(x^2-2) = ?$	
☐	a. $3x - 2$
☐	b. x
☐	c. x^3-2
☐	d. $x^3 -2x$
☐	e. Hiçbiri

8. $x^2 \cdot x^4 \cdot x^{-3} = ?$	
☐	a. x^3
☐	b. x^9
☐	c. 1
☐	d. x^5
☐	e. Sadeleşmez

9. $(x^3)^4 = ?$	
☐	a. x
☐	b. x^7
☐	c. x^{12}
☐	d. $x^{4/3}$
☐	e. Sadeleşmez

10. 8^4 aşağıdakilerden hangisine eşittir?	
☐	a. 2^7
☐	b. 2^{12}
☐	c. 4^8
☐	d. a ve b
☐	e. b ve c

ÖĞRENME FAALİYETİ-2

AMAÇ

Birinci derece denklemler ile ilgili matematik işlemlerini hatasız yapabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Ø Birinci derece denklemler konusunu araştırınız ve bu konu hakkındaki bilgilerinizi pekiştiriniz. Elde ettiğiniz bilgileri bir rapor halinde öğretmeninize ve arkadaşlarınıza sununuz.

2. BİRİNCİ DERECE DENKLEMLER

2.1. Birinci Derece Denklemler ile İlgili Temel Kavramlar

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $ax+b=0$ şeklindeki eşitliklere **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** denir. Denklemi sağlayan x reel sayısına da **denklemin kökü** denir.

Denklemin köklerinden oluşan kümeye de denklemin **çözüm kümesi** denir.

$$\begin{array}{lll} 2x+5=0, & x-10=0, & 6x=0, \\ a+3=0, & 4t+7=0, & 2y-1=0 \end{array}$$

denklemleri birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerdir.

2.2. Özellikler

$$\emptyset \quad a = b \hat{=} a + c = b + c$$

$$\emptyset \quad a = b \hat{=} a - c = b - c$$

$$\emptyset \quad a = b \hat{=} a \times c = b \times c, (c \neq 0)$$

$$\emptyset \quad a = b \hat{=} \frac{a}{c} = \frac{b}{c}, (c \neq 0)$$

$$\emptyset \quad a = b \Rightarrow a^n = b^n$$

$$\emptyset \quad a = b \Rightarrow \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b} \quad (n \text{ çift ise } a \geq 0, b \geq 0)$$

$$\emptyset \quad a=b \text{ ve } b=c \Rightarrow a=c$$

$$\emptyset \quad \begin{array}{l} a=b \\ c=d \\ \hline a+c=b+d \end{array}$$

$$\emptyset \quad \begin{array}{l} a=b \\ c=d \\ \hline a-c=b-d \end{array}$$

$$\emptyset \quad \begin{array}{l} a=b \\ c=d \\ \hline ac=bd \end{array}$$

$$\emptyset \quad \begin{array}{l} a=b \\ c=d \\ \hline \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \end{array}, (c \neq 0, d \neq 0)$$

2.3. Birinci Derece Denklemlerde Bilinmeyen Bulunması

$ax+b=0$ denkleminin çözüm kümesini bulurken üç durum vardır.

1- $a \neq 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$ dir. $\mathcal{C} = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$ (Çözüm kümesi bir elemanlıdır.)

2- $a=0$ ve $b=0$ ise $\mathcal{C}=\mathbb{R}$ dir. (Çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.)

3- $a=0$ ve $b \neq 0$ ise $\mathcal{C} = \{ \}$ (Çözüm kümesinin hiçbir elemanı yoktur.)

Örnek:

$$4x-1=7 \Rightarrow 4x=7+1$$

$$4x=8$$

$$x = \frac{8}{4}$$

$$x=2 \Rightarrow \mathcal{C} = \{2\} \text{ dir.}$$

2.4. Birinci Derece İki Bilinmeyenli Denklemlerin Bulunması

2.4.1. Tanım

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0, b \neq 0$ olmak şartıyla $ax+by+c=0$ şeklindeki eşitliklere **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem** denir.

$$ax+by+c=0$$

$$dx+ey+f=0$$

şeklindeki birden fazla iki bilinmeyenli denklemlerden oluşan sisteme **iki bilinmeyenli denklem sistemi** denir.

2.4.2. Çözüm Kümesinin Bulunması

2.4.2.1. Yerine Koyma Metodu

İşlem yapması kolay olan denklem seçilerek iki bilinmeyenden birisi eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılır. Diğer bilinmeyen cinsinden değeri bulunur. Bulunan bu değer diğer denklemde yerine konur. Bilinmeyenlerin değeri bulunarak sonuca gidilir.

$$x - y = 4$$

$$2x - 3y = 6$$

$$x = y+4$$

$$2(y+4)-3y = 6$$

$$y = 2, x = 6$$

2.4.2.2. Yok Etme Metodu

Verilen denklemlerin katsayıları, değişkenlerden birinin yok edilmesini sağlayacak şekilde düzenlenir. Katsayılar düzenlendikten sonra taraf tarafa toplama veya çıkarma yapılarak sonuca gidilir.

Örnek:

$$3x-2y = 13$$

$$x+2y = 7 \text{ sisteminin çözüm kümesini bulmak gerekirse;}$$

Verilen denklemleri taraf tarafa toplayalım,

$$3x-2y = 13$$

$$x+2y = 7$$

$$4x = 20 \quad x = 5 \text{ olur.}$$

Bu değer verilen denklemlerden birinde (en sade olanı) yazılarak y bulunur.

Buna göre $x+2y = 7$ ve $x=5$ ise $5+2y = 7$

$$2y = 7-5$$

$$y = 1 \text{ dir.}$$

UYGULAMA FAALİYETİ

1.

$$\begin{array}{r} 2I_1 + 3I_2 = 19 \\ 4I_1 - I_2 = 3 \\ \hline 4I_1 - 3 = I_2 \\ 2I_1 + 3(4I_1 - 3) = 19 \\ 2I_1 + 12I_1 - 9 = 19 \\ 14I_1 = 19 + 9 \\ I_1 = \frac{28}{14} \quad I_1 = 2A \\ 2I_1 + 3I_2 = 19 \\ 2 \times 2 + 3I_2 = 19 \\ 3I_2 = 19 - 4 \\ I_2 = \frac{15}{3} \quad I_2 = 5A \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{r} 25I_1 + 20I_2 = 12 \\ 20I_1 + 23I_2 = 10 \\ \hline 4 \times 25I_1 + 4 \times 20I_2 = 4 \times 12 \\ (-5) \times 20I_1 + (-5) \times 23I_2 = (-5) \times 10 \\ \hline 100I_1 + 80I_2 = 48 \\ -100I_1 - 115I_2 = -50 \\ \hline 80I_2 - 115I_2 = 48 - 50 \\ -35I_2 = -2 \\ I_2 = \frac{-2}{-35} \quad I_2 = 0,057A = 57mA \\ 25I_1 + 20 \times 0,057 = 12 \\ 25I_1 + 1,14 = 12 \\ 25I_1 = 12 - 1,14 \\ I_1 = \frac{10,86}{25} \quad I_1 = 0,4344A = 434,4mA \end{array}$$

PERFORMANS DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki işlemlerde kendi çalışmalarınızı kontrol ediniz. Hedefe ilişkin tüm davranışları kazandığınız takdirde başarılı sayılırsınız.

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
Birinci derece denklemlerde bilinmeyi bulmak		
Birinci derece iki bilinmeyenli denklemlerin çözüm kümesini bulmak		

DEĞERLENDİRME

Performans değerlendirme sonucu “evet”, “hayır” cevaplarınızı değerlendiriniz. Eksiklerinizi faaliyete dönerek tekrarlayınız. Tamamı “evet” ise diğer öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME

A) Aşağıdaki sorularda bilinmeyi bulunuz.

- 1) $-7y + 11 = 18$
- 2) $-6y = 18$
- 3) $11y + 1 = 45$
- 4) $12y - 7 = 103$
- 5) $-11y - 7 = 37$
- 6) $6y = 24$
- 7) $1y - 4 = 1$
- 8) $8 + y = 10$
- 9) $-4y + 4 = -20$
- 10) $1 - y = 3$

B) Aşağıdaki iki bilinmeyenli denklemleri çözünüz.

- | | |
|---|--|
| 1. $-(x^2 - 2x + 5) =$ _____ | 2. $-(3x - 4y + 7) =$ _____ |
| 3. $-(2a + 3b + 4c) =$ _____ | 4. $-(-3a + 2b - c) =$ _____ |
| 5. $-(3x + 7) + 2 =$ _____ | 6. $2 - (4x - 8) =$ _____ |
| 7. $2y - (3y - 4) =$ _____ | 8. $-4y - (3x - 7y) =$ _____ |
| 9. $5y - (4x + 7y) - 2x =$ _____ | 10. $3a - (2a + 4b) - 6b =$ _____ |
| 11. $3[4x - 7] + 5 =$ _____ | 12. $8[2 - 3x] - 5 =$ _____ |
| 13. $[4x - 3(x - 1) + 6] =$ _____ | 14. $[6x - 2(3x - 6) + 8] =$ _____ |
| 15. $2[3(2x - 1) + 7] =$ _____ | 16. $-8[2(3x + 4) - 2x] =$ _____ |
| 17. $[7(x - 3) + 4] - [6(3x - 2) + x] =$
_____ | 18. $[2(3x - 1) + 5] - [7(x + 4) - 8] =$
_____ |
| 19. $3\{[6(x - 4) + 2] - [3x + 2]\} =$
_____ | 20. $2\{[3(x - 6) + 1] - 4[3(x - 2) - 3]\} =$
_____ |

ÖĞRENME FAALİYETİ-3

AMAÇ

Oran ve orantı konusunu bilecek, oran ve orantı işlemlerini hatasız yapabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Ø Oran ve orantı konusunu araştırınız ve bu konu hakkındaki bilgilerinizi pekiştiriniz. Elde ettiğiniz sonuçları bir rapor halinde sınıfınızda sununuz.

3. ORAN-ORANTI

3.1. Oran-Orantının Tanımı

3.1.1. Oran

Aynı birimden iki çokluğun karşılaştırılmasına **oran** denir.

$\frac{a}{b}$ biçiminde gösterilir.

a ve b reel sayılarından en az biri sıfırdan farklı olmak şartıyla $\frac{a}{b}$ ye a nın b ye oranı denir.

3.1.2. Orantı

İki oran arasındaki eşitlik ifadesine **orantı** denir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Burada a ile d' ye dışlar, b ile c' ye ise **içler** denir.

$\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$ **İçler ve dışlar çarpımı birbirine eşittir.**

3.2. Orantının Özellikleri

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olsun. Bu durumda

1- $ad = bc$ dir.

2- $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ dir.

- 3- $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ dir.
- 4- $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ dir.
- 5- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ $\Rightarrow \frac{m \times a + n \times c}{m \times b + n \times d} = k$ dir.
- 6- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ $\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = k^2$ dir.

3.3. Orantı Çeşitleri

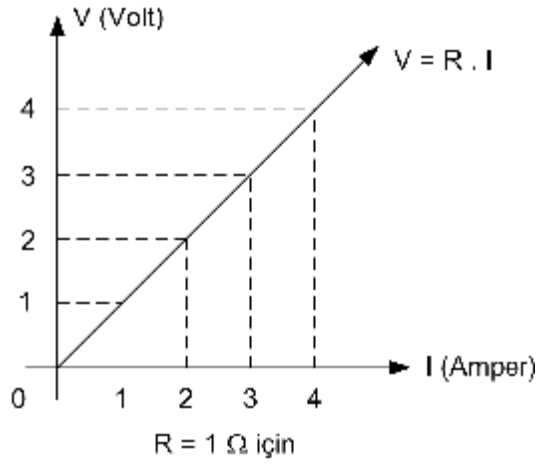
3.3.1. Doğru Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluk **doğru orantılıdır** denir. Kısaca orantılıdır denir

k bir sabit ve x ile y aralarında doğru orantılı olsun.

$$k = \frac{y}{x} \text{ e doğru orantı sabiti,}$$

$y=kx$ ' e doğru **orantı denklemi** denir



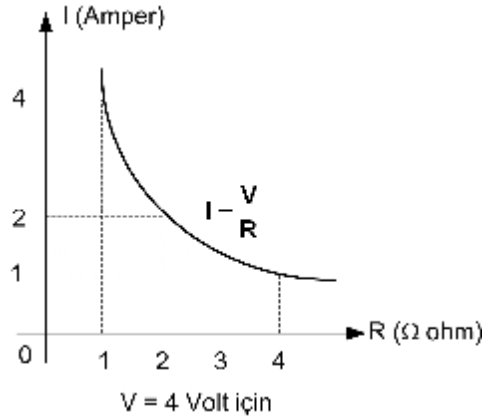
Şekil 3.1: Doğru orantı

3.3.2. Ters Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyorsa yada biri azalırken diğeri de aynı oranda artıyorsa bu iki çokluk **ters orantılıdır** denir.

k bir sabit ve x ile y aralarında ters orantılı olsun.

$$k = x.y \text{ ye ters orantı sabiti,}$$



$$y = \frac{k}{x} \text{ e ters orantı denklemi denir}$$

Şekil 3.2: Ters orantı

3.3.3. Bileşik Orantı

k Bileşik orantı sabiti olmak üzere y, x ile doğru ve z ile ters orantılı ise, $y = \frac{kx}{z}$ dir

3.4. Oran-Orantı Çözümleri

Bir haritada 1 cm'nin 10 km'ye karşılık gelmektedir. Bu durumda harita $\frac{1\text{cm}}{10\text{km}}$ oranına sahiptir. 3,5 cm nin karşılığını bulabilmek için şu orantıyı kurabiliriz.

$$\frac{3,5\text{cm}}{x} = \frac{1\text{cm}}{10\text{km}} \quad x = 3,5 \times 10 = 35\text{km}$$

Bir saat 60 dakika olduğuna göre 15 saat kaç dakikadır?

$$\frac{1\text{saat}}{60\text{dakika}} = \frac{15\text{saat}}{x} \quad x = 15 \times 60 = 900\text{dakika}$$

Kapasiteleri eşit olan 11 işçi bir işi 12 günde yapabiliyor. Buna göre, aynı işi 6 işçi kaç günde yapar.

11 işçinin 12 günde yaptığı işi 6 işçi daha fazla günde yapar. Yani işçi sayısı ile süre arasında ters orantı vardır.

$$11 \cdot 12 = 6 \cdot x \quad x = 22 \text{ gündür}$$

6 işçi 4 m² halıyı 12 günde dokuyor. Buna göre, 9 işçi 3 m² halıyı kaç günde dokur.

$\frac{\text{Birinci iş}}{\text{İkinci iş}} = \frac{\text{Birinci iş ile ilgili diğer verilerin çarpımı}}{\text{İkinci iş ile ilgili diğer verilerin çarpımı}}$

$$\frac{4}{3} = \frac{6 \times 12}{6 \times x}$$

$$4 \cdot 9 \cdot x = 3 \cdot 6 \cdot 12$$

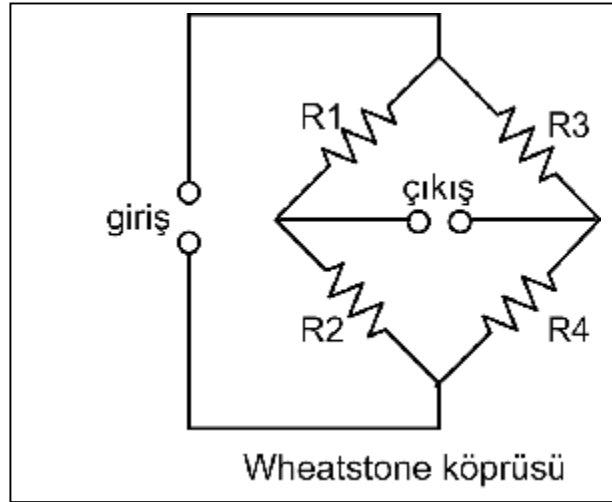
$$x = 6 \text{ gün}$$

UYGULAMA FAALİYETİ

İşlem Basamakları	Öneriler
Ø Oran ve orantının özelliklerini kullanın.	Ø Oran ve orantının özelliklerini tablo haline getiriniz..
Ø Doğru ve ters orantıyı kurun.	Ø İki çokluktan biri artarken diğerinin artmasına veya azalmasına dikkat ediniz.

Wheatstone köprüsü olarak bilinen elektrik devresi $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$ ile ilişkilidir.

Eğer $R_1 = 6\Omega$, $R_3 = 62,5\Omega$, $R_4 = 15\Omega$ ise R_2 değeri nedir?



Çözüm:

$$\frac{6}{R_2} = \frac{62,5}{15} \quad R_2 = \frac{6 \times 15}{62,5} \quad R_2 = 1,44\Omega$$

PERFORMANS DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki işlemlerde kendi çalışmalarınızı kontrol ediniz. Hedefe ilişkin tüm davranışları kazandığınız takdirde başarılı sayılırsınız.

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
Oran ve orantının özelliklerini bilmek		
Doğru ve ters orantıyı kurabilmek		

DEĞERLENDİRME

Performans değerlendirme sonucu “evet”, “hayır” cevaplarınızı değerlendiriniz. Eksiklerinizi faaliyete dönerek tekrarlayınız. Tamamı “evet” ise diğer öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-4

AMAÇ

İkinci derece denklemler konusu ile ilgili matematik işlemlerini hatasız yapabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Ø İkinci derece denklemler konusunu araştırınız ve bu konu hakkındaki bilgilerinizi pekiştiriniz. Elde ettiğiniz sonuçları bir rapor halinde sınıfınızda sununuz.

4. İKİNCİ DERECE DENKLEMLER

4.1. İkinci Derece Denklemler ile İlgili Temel Kavramlar

$$ax^2+bx+c=0, a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$$

Çözüm yolları :

4.1.1. Çarpanlara Ayırma

$a=1$ için $b=m+n$ $c=m.n$ ise;

$$ax^2+bx+c=(x+m).(x+n)=0$$

$$x_1=-m, \quad x_2=-n$$

Örnek : x^2+3x+2 ifadesini çarpanlara ayırınız.

$$(x+2)(x+1)$$

$a \neq 1$ için $a=s.t$, $b=s.n+t.m$ ve $c=m.n$ ise;

$$ax^2+bx+c=(s.x+m).(t.x+n)=0$$

$$x_1 = \frac{-m}{s}, \quad x_2 = \frac{-n}{t}$$

Örnek : $5x^2+13x-6$

$$(5x-2)(x+3)$$

4.1.2. Diskriminant Bulma

ax^2+bx+c ifadesinde diskriminant,

$D = b^2 - 4ac$ dir.

$$D > 0 \text{ Þ } x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = 0 \text{ Þ } x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

$D < 0$ Þ Reel kökler yoktur.

Örnek : x^2+3x+2

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

$$D > 0 \text{ Þ } x_1 = \frac{-3 - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 - 1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 + 1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

4.2. Denklem Kökleri İle Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri x_1 ile x_2 olsun,

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-b}{c}$$

$$|x_1 - x_2| = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$$

Örnek :

$\begin{aligned} -2 + (-1) &= \frac{-3}{1} \\ -3 &= -3 \end{aligned}$	$\begin{aligned} -2 \times (-1) &= \frac{2}{1} \\ 2 &= 2 \end{aligned}$
---	---

$\frac{1}{-2} + \frac{1}{-1} = \frac{-3}{2}$ $\frac{-1}{2} + \frac{-2}{2} = \frac{-3}{2}$ $\frac{-3}{2} = \frac{-3}{2}$	$ -2 - (-1) = -2 - (-1) = \frac{\sqrt{1}}{ 1 }$ $ -2 + 1 = -2 + 1 = \frac{1}{1}$ $ -1 = -1 = \frac{1}{1}$ $1 = 1 = 1$
---	--

4.3. Kökleri Verilen İkinci Derece Denklemin Yazılması

$a \neq 0$ olmak üzere kökleri x_1 ile x_2 olan ikinci derece denklem:

$a(x-x_1)(x-x_2)=0$ ve $a=1$ alınırsa;

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$$

4.4. Çarpanlara Ayırma

4.4.1. İki Kare Farkı

$$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$$

4.4.2. İki Küp Farkı İki Küp Toplamı

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

4.4.3. Üç Terimli İfadeler

4.4.3.1. ax^2+bx+c 'nin Çarpanlarına Ayrılması

Ø $a=1$ iken $b=x_1+x_2$ ve $c=x_1x_2$ ise

$$x^2 + bx + c = x^2 + (x_1 + x_2)x + x_1x_2$$

$$x^2 + bx + c = (x + x_1)(x + x_2) \text{ dir.}$$

Örnek: $x^2 + 7x + 10 = (x+2)(x+5)$

Ø $a \neq 1$ iken $a=mn$, $b=mp+nq$ ve $c=pq$ ise

$$ax^2 + bx + c = mnx^2 + (mp+nq)x + pq$$

$$\begin{array}{r} mx \quad q \\ nx \quad p \\ \hline mpx + nqx = (mp+nq)x \end{array}$$

$$ax^2+bx+c = (mx+q).(nx+p) \text{ dir.}$$

$$\text{Örnek: } 5x^2+11x+2 = (5x+1).(x+2)$$

• **Farklı Bir Çözüm Yolu**

$$2x^2+x-6$$

Bu tür denklemlerde birinci ifadeyi tablonun sol üst köşesine, üçüncü ifadeyi ise sağ alt köşesine yazınız.

$2x^2$	
	-6

Hem $a.c=2.(-6)=-12$ 'yi hem de $b=1$ 'i bulmak için -3 ile 4 rakamlarını kullanınız. ($-3.4=-12=a.c$) ve ($-3+4=1=b$) sağlayacaktır. Boş kalan kutulara $-3x$ ile $4x$ ifadelerini yerleştiriniz

$2x^2$	$-3x$
$4x$	-6

Daha sonra satır ve sütunlardaki ortak ifadeleri yazınız.

$2x$	
$2x^2$	$-3x$
$4x$	-6

$2x$	-3
$2x^2$	$-3x$
$4x$	-6

	$2x$	-3
x	$2x^2$	$-3x$
	$4x$	-6

	$2x$	-3
x	$2x^2$	$-3x$
2	$4x$	-6

Ortak ifadelerin işaretlerine dikkat ederek, satırları bir paranteze ve sütunları bir paranteze yazıp çarpanları elde ediniz.

$$2x^2+x-6=(2x-3)(x+2)$$

Örnek : $5x^2+11x+2$

$5x^2$	
	2

$5x^2$	$1x$
$10x$	2

	$5x$	1
x	$5x^2$	$1x$
2	$10x$	2

$$5x^2+11x+2 = (5x+1).(x+2)$$

4.4.3.2. Tam Kare İfadeler

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy+yz+xz)$$

$$(x+y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy-yz-xz)$$

n tam sayı olmak üzere,

$$(x-y)^{2n} = (y-x)^{2n}$$

4.4.4. Özdeşlikler

$$x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

$$x^2+y^2 = (x-y)^2 + 2xy$$

$$(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$$

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$$

$$x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$x^3-y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y)$$

UYGULAMA FAALİYETİ

İşlem Basamakları	Öneriler
Ø İkinci derece denklemi çarpanlarına ayır	Ø $b=m+n$ ve $c=m.n$ özelliklerine dikkat ediniz.
Ø İkinci derece denklemin köklerini hesapla	Ø Her çarpanı ayrı ayrı sıfıra eşitleyiniz.

Paralel bağlı iki direncin toplamını bulmak için verilen denklemi çözerek R değerini bulunuz.

$$\frac{20}{R} + \frac{20}{R + 10} = \frac{1}{5}$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{20}{R} + \frac{20}{R + 10} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{20 \times (R + 10) + 20 \times R}{R \times (R + 10)} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{20R + 200 + 20R}{R^2 + 10R} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{40R + 200}{R^2 + 10R} = \frac{1}{5}$$

$$5 \times (40R + 200) = R^2 + 10R$$

$$200R + 1000 = R^2 + 10R$$

$$R^2 + 10R - 200R - 1000 = 0$$

$$R^2 - 190R - 1000 = 0$$

$$R_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$R_{1,2} = \frac{-(-190) \pm \sqrt{(-190)^2 - 4 \times 1 \times (-1000)}}{2 \times 1}$$

$$R_{1,2} = \frac{190 \pm \sqrt{36100 + 4000}}{2} = \frac{190 \pm \sqrt{40100}}{2} = \frac{190 \pm 200,249}{2}$$

$$R_1 = \frac{190 + 200,249}{2} \quad R_2 = \frac{190 - 200,249}{2}$$

$$R_1 = \frac{390,249}{2} \quad R_2 = \frac{-10,249}{2}$$

$$R_1 = 195,125 \text{ W} \quad R_2 = -5,125 \text{ W}$$

PERFORMANS DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki işlemlerde kendi çalışmalarınızı kontrol ediniz. Hedefe ilişkin tüm davranışları kazandığınız takdirde başarılı sayılırsınız.

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
İkinci derece denklemin köklerini hesaplamak		
İkinci derece denklemi çarpanlarına ayırmak		

DEĞERLENDİRME

Performans değerlendirme sonucu “evet”, “hayır” cevaplarınızı değerlendiriniz. Eksiklerinizi faaliyete dönerek tekrarlayınız. Tamamı “evet” ise diğer öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ - 5

AMAÇ

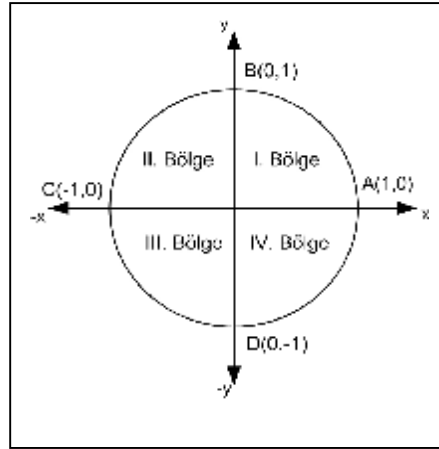
Trigonometrik fonksiyonların matematiksel işlemlerini hatasız yapabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Ø Trigonometri konusunu araştırınız ve bu konu hakkındaki bilgilerinizi pekiştiriniz. Elde ettiğiniz sonuçları bir rapor halinde sınıfınızda sununuz.

5. TRİGONOMETRİ

5.1. Birim Çember



Şekil 5.1: Trigonometri çemberi

Merkezi koordinat eksenlerinin başlangıç noktası ve yarıçapı bir birim uzunlukta olan çembere **birim çember** ya da **trigonometri çemberi** denir. Birim çemberde yarıçap $r=1$ olduğundan çevresi 2π ’ dir

Çemberin çevresi $360 \text{ derece} = 2\pi \text{ radyan} = 400 \text{ Grad}$ ’ dır

Bu açı ölçü birimleri arasında :

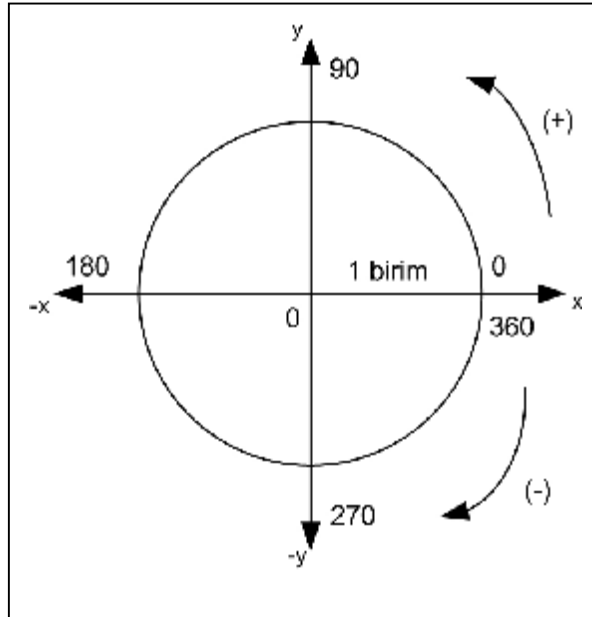
$$\frac{D}{180} = \frac{R}{p} = \frac{G}{200} \text{ bağıntısı vardır.}$$

$$90^\circ = \frac{p}{2} \text{ radyan} = 100 \text{ graddır.}$$

$$180^\circ = \pi \text{ radyan} = 200 \text{ graddır.}$$

$$270^\circ = \frac{3p}{2} \text{ radyan} = 300 \text{ graddır.}$$

$$360^\circ = 2\pi \text{ radyan} = 400 \text{ graddır.}$$



Şekil 5.2: Trigonometrik çemberde dönüş yönleri

Birim çemberde saat ibresinin dönme yönünün ters yönü (+), aynı yönü ise (-) işaretlerle gösterilir.

5.2. Esas Ölçü

$0^\circ < \alpha < 360^\circ$ olmak üzere,

$\theta = \alpha + k.360$ ($k \in \mathbb{Z}$) ise α ya θ nın esas ölçüsü denir

$$\theta = \alpha \pmod{360} \quad \theta = \alpha \pmod{2\pi} \quad \theta = \alpha \pmod{400}$$

Örnek:

$$570^0 = 210^0 + 360$$

$$\alpha = 210^0 \text{ dir}$$

$$1538^0 = 98^0 + 4.360$$

$$\alpha = 98^0 \text{ dir}$$

$$\frac{53p}{3} = \frac{5p}{3} + 8 \times 2p$$

$$a = \frac{5p}{3} = 300^0 \text{ dir}$$

Açıların radyan cinsinden esas ölçülerini daha kolay bulabiliriz

- a- Açı pozitif ise: π ' nin yanındaki sayı, paydanın iki katına bölünür. Bölümden elde edilen kalan, o sayının yerine yazılır.

$$\frac{121p}{3} = ?$$

$$\frac{121}{2 \times 3} = \frac{121}{6} = 20 \text{ (kalan 1)}$$

$$\text{cevap: } \frac{p}{3}$$

- b- Açı negatif ise: İşlem, açı pozitif yönlüymüş gibi yapılır. Bulunan sonuç 2π ' den çıkarılır.

$$- \frac{1863p}{5} = ?$$

$$\frac{1863}{2 \times 5} = \frac{1863}{10} = 186 \text{ (kalan 3)}$$

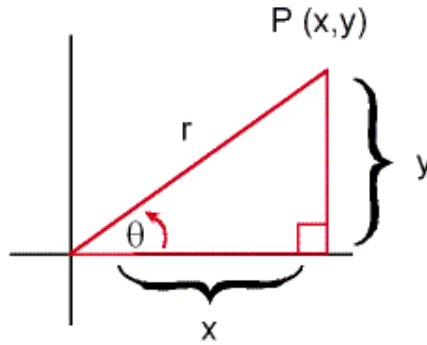
$$\frac{3p}{5}$$

$$2p - \frac{3p}{5} = \frac{7p}{5}$$

$$\text{cevap: } \frac{7p}{5}$$

5.3. Trigonometrik Fonksiyonlar

Üçgenin iki dik kenarı ile ilgili altı değişik oran vardır. Bu oranlara **trigonometrik fonksiyonlar** denir.



Şekil 5.3: Trigonometrik fonksiyonların bulunması

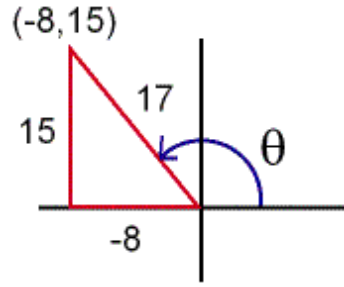
Altı trigonometrik fonksiyonu şöyle ifade edebiliriz.

$$\sin q = \frac{y}{r}, \cos q = \frac{x}{r}, \tan q = \frac{y}{x}, \cot q = \frac{x}{y}, \sec q = \frac{r}{x}, \operatorname{cosec} q = \frac{r}{y}$$

Burada x ve y değerleri pozitif, negatif veya sıfır olabilir. Fakat r daima pozitiftir.

Örnek 1 :

Verilen $(-8,15)$ noktasının θ açısıyla ilgili altı trigonometrik fonksiyonunu hesaplayınız.



$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(-8)^2 + (15)^2} \\ &= \sqrt{64 + 225} \\ &= \sqrt{289} = 17 \end{aligned}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{15}{17}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-8}{17}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{15}{-8} = -\frac{15}{8}$$

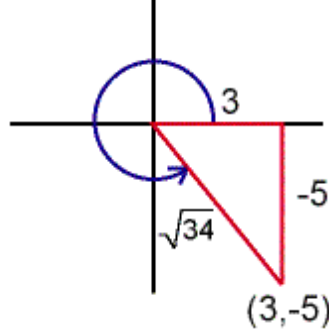
$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-8}{15}$$

$$\sec \theta = \frac{r}{x} = \frac{17}{-8} = -\frac{17}{8}$$

$$\csc \theta = \frac{r}{y} = \frac{17}{15}$$

Örnek 2 :

Verilen (3,-5) noktasının θ açısıyla ilgili altı trigonometrik fonksiyonunu hesaplayınız.



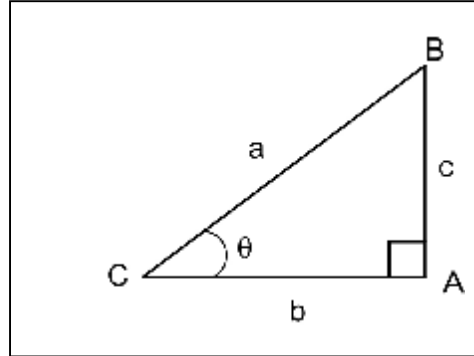
$$r = \sqrt{(3)^2 + (-5)^2}$$
$$= \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$$

$$\sin \theta = \frac{-5}{\sqrt{34}}, \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{34}},$$

$$\tan \theta = \frac{-5}{3}, \cot \theta = \frac{3}{-5},$$

$$\sec \theta = \frac{\sqrt{34}}{3}, \csc \theta = \frac{\sqrt{34}}{-5}$$

5.4. Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar



Şekil 5.4: Dik üçgende trigonometrik oranlar

$$\sin \theta = \frac{c}{a} = \frac{\text{Karsi dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$$\cos \theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{Komsu dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$$\tan \theta = \frac{c}{b} = \frac{\text{Karsi dik kenar}}{\text{Komsu dik kenar}}$$

$$\cot \theta = \frac{b}{c} = \frac{\text{Komsu dik kenar}}{\text{Karsi dik kenar}}$$

$$\sec q = \frac{1}{\cos q} = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{cosec} q = \frac{1}{\sin q} = \frac{a}{c}$$

Birbirini 90° ye tamamlayan iki açıdan birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne eşittir. Yine birbirini 90° ye tamamlayan iki açıdan birinin tanjantı diğerinin kotanjantına eşittir.

$$x + y = \frac{p}{2} \text{ olmak üzere}$$

$$\sin(x) = \cos(y) \quad \cos x = \sin y$$

$$\tan x = \cot y \quad \cot x = \tan y$$

$$\sec x = \operatorname{cosec} y \quad \operatorname{cosec} x = \sec y \text{ dir}$$

$$\textbf{Örnek : } x=30^\circ \text{ ve } y=60^\circ \quad x + y = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \cot 30^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\sec 30^\circ = \operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \operatorname{cosec} 30^\circ = \sec 60^\circ = 2$$

5.5. Trigonometrik Eşitlikler

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

5.6. Yarım Açı Formülleri

$\sin 2a = 2 \sin a \times \cos a$	$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ $= 2 \cos^2 a - 1$ $= 1 - 2 \sin^2 a$
$\sin a = 2 \sin \frac{a}{2} \times \cos \frac{a}{2}$	$\cos a = \cos^2 \frac{a}{2} - \sin^2 \frac{a}{2}$ $= 2 \cos^2 \frac{a}{2} - 1$ $= 1 - 2 \sin^2 \frac{a}{2}$
$\sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$	$\cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a}$
$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$	

5.7. Toplam Fark Formülleri

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

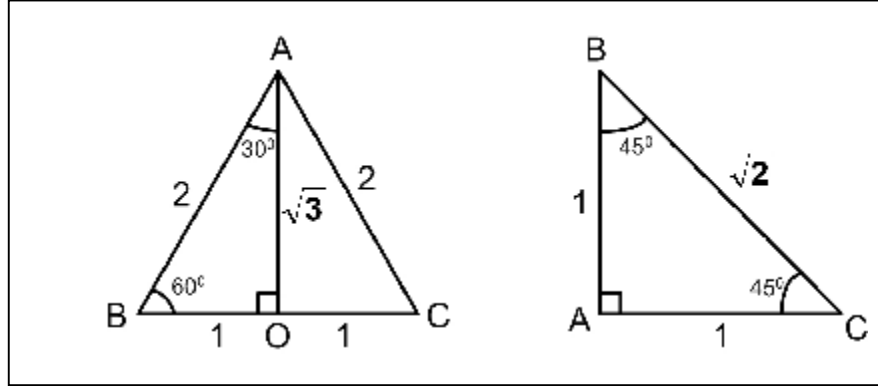
$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b}$$

$$\cot(a \pm b) = \frac{1}{\tan(a \pm b)} = \frac{\cot a \cdot \cot b \mp 1}{\cot b \mp \cot a}$$

5.8. Özel Açıların Trigonometrik Oranları

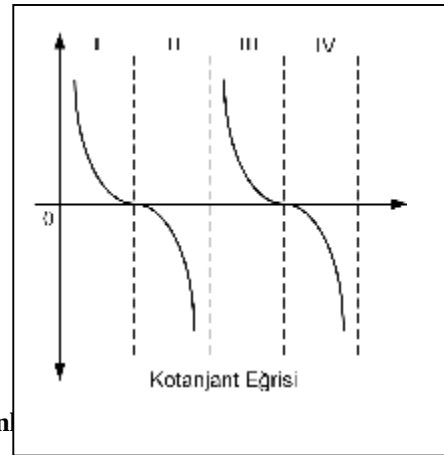
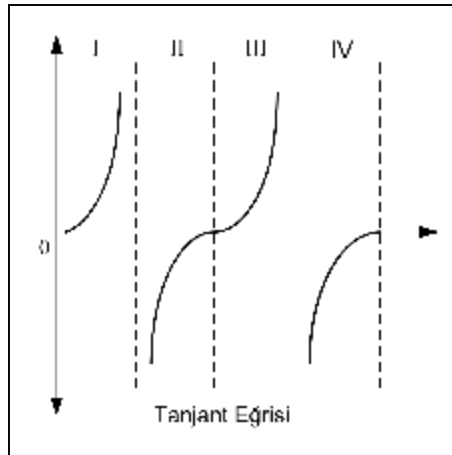
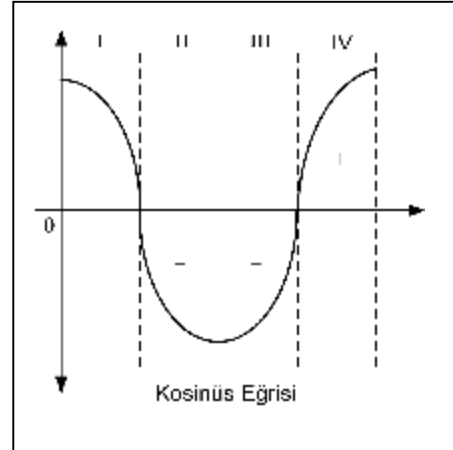
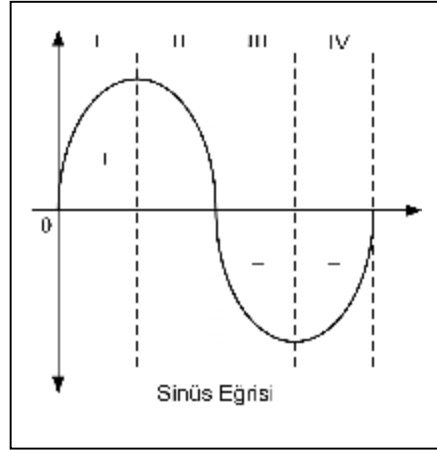


Şekil 5.5: Özel açılarının trigonometrik oranları

θ	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	180^0	270^0
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞
$\cot\theta$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0

Tablo 5.1: Özel açılarının değerleri

5.9. Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri



5.10. Bölgelere Göre İşaretler

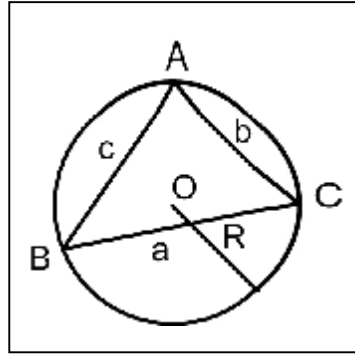
θ	I. Bölge	II. Bölge	III. Bölge	IV. Bölge
	$0^\circ < \theta < 90^\circ$	$90^\circ < \theta < 180^\circ$	$180^\circ < \theta < 270^\circ$	$270^\circ < \theta < 360^\circ$
$\sin\theta$	+	+	-	-
$\cos\theta$	+	-	-	+
$\tan\theta$	+	-	+	-
$\cot\theta$	+	-	+	-
(+) işaretlerini kolay hatırlamak için şu cümleleri kullanabiliriz	<u>Bütün</u>	<u>Sınıf</u>	<u>Kara Tahtada</u>	<u>Coşar</u>
	<u>Herkes</u>	<u>Sever</u>	<u>TC</u>	<u>Koşucularını</u>

Tablo 5.2: Bölgelere göre işaretler

5.11. Kosinüs ve Sinüs Teoremleri

5.11.1. Sinüs Teoremi

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

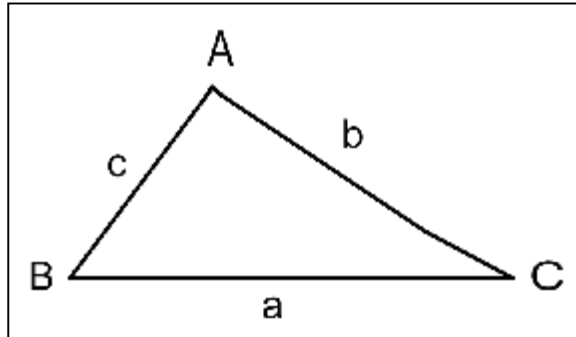


5.11.2. Kosinüs Teoremi

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

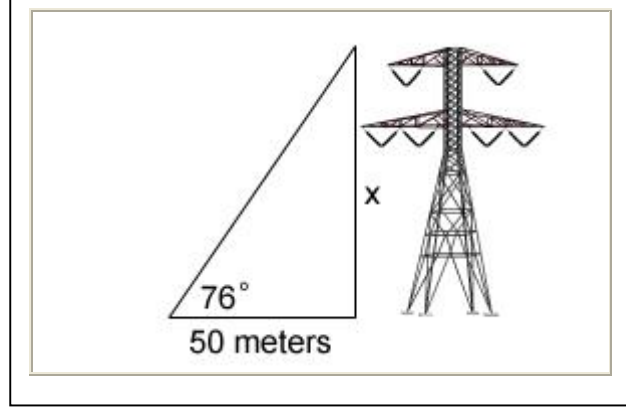


UYGULAMA FAALİYETİ

Bir kişi direkten 50 m uzakta durmaktadır. Direğin tepesine yükselme açısı 76° olduğuna göre direğin yüksekliği nedir?

Çözüm:

$$\begin{aligned}\tan 76^\circ &= x / 50 \\ 50 \tan 76^\circ &= x \\ 50 (4.0107809) &= x \\ 200.5 \text{ m} &= x\end{aligned}$$



PERFORMANS DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki işlemlerde kendi çalışmalarınızı kontrol ediniz. Hedefe ilişkin tüm davranışları kazandığınız takdirde başarılı sayılırsınız.

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
Açı ölçü birimleri arasında dönüşüm yapmak		
Birim çemberde esas açıyı bulmak		
Dik üçgende trigonometrik oranları hesaplamak		
Birbirini 90° tamamlayan açıların özelliklerini bilmek		
Özel açıların trigonometrik oranlarını hesaplamak		
Trigonometrik fonksiyonların grafiklerini çizmek		
Trigonometrik fonksiyonların işaretlerini tespit etmek		

DEĞERLENDİRME

Performans değerlendirme sonucu “evet”, “hayır” cevaplarınızı değerlendiriniz. Eksiklerinizi faaliyete dönerek tekrarlayınız. Tamamı “evet” ise diğer öğrenme faaliyetine geçiniz.

ÖĞRENME FAALİYETİ-6

AMAÇ

Vektörel büyüklükleri bilecek, bunlarla ilgili işlemleri yapabileceksiniz.

ARAŞTIRMA

- Ø Kuvvet ve hız konularını araştırarak, vektörel büyüklükler hakkındaki bilgilerinizi pekiştiriniz.

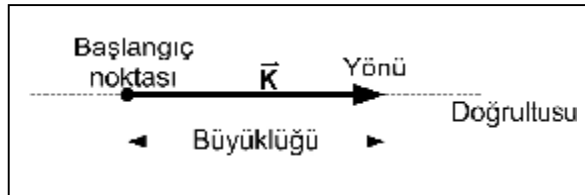
6. VEKTÖREL BÜYÜKLÜKLER

6.1. Vektörel Büyüklüklerin Tanımı

Büyüklükler genellikle skaler veya vektörel büyüklüklerdir. Yalnız şiddeti (genliği) olan, kütle, enerji, sıcaklık derecesi gibi değerler skalerdir. Bu değerlerle cebirsel olarak işlem yapılabilir. Şiddeti yanında yönü, doğrultusu ve başlangıç noktasıyla belirlenebilen büyüklükler vektörelidir. Kuvvet, hız, ivme, alan şiddeti gibi değerler vektörelidir.

Doğru akım devreleri yalnız skaler büyüklükleri kapsar. Alternatif akım devrelerine ait akım, gerilim, emk, direnç ve empedans gibi değerler vektörelidir

6.2. Vektörel Büyüklüklerin Gösterilmesi



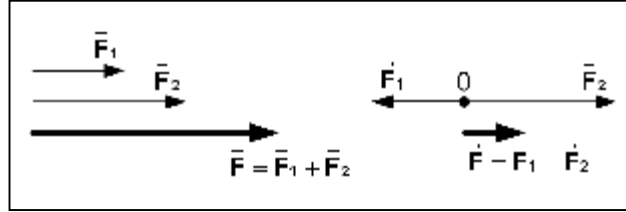
6.3. Vektörel Büyüklüklerde İşlemler

6.3.1. Vektörlerin Toplamı ve Farkı

Doğrultuları ve uygulandıkları nokta aynı olan vektörlerin toplanması

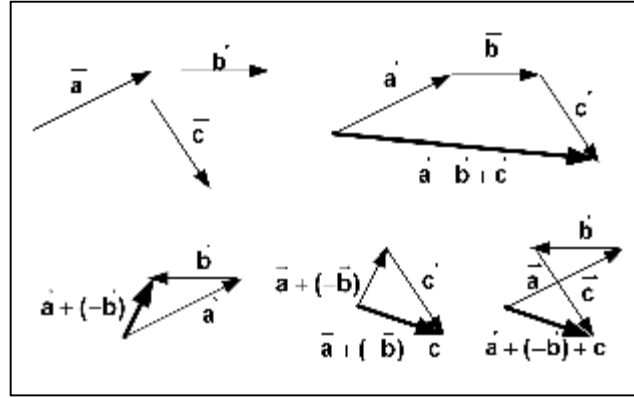
Vektörler aynı yönlü ise bileşke vektör de aynı yönde ve vektörlerin büyüklüklerinin toplamı kadardır.

Vektörler ters yönlü ise bileşke vektör, büyük olan kuvvetin yönünde ve vektörlerin büyüklüklerinin farkı kadardır.



6.3.2. Uç Uca Ekleme (Poligon) Metodu

Toplanacak vektörler uç uca eklendikten sonra, ilk vektörün başlangıç noktası ile son vektörün bitiş noktasını birleştirerek oluşturduğumuz vektöre toplam vektör denir.

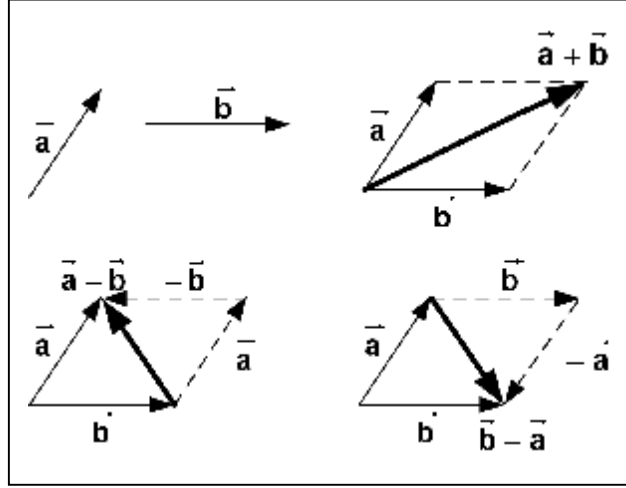


Eğer vektör çıkarılacaksa vektörün yönü değiştirilerek uç uca eklenir. Sonra yine ilk vektörün başlangıç noktası ile son vektörün bitiş noktası birleştirilir.

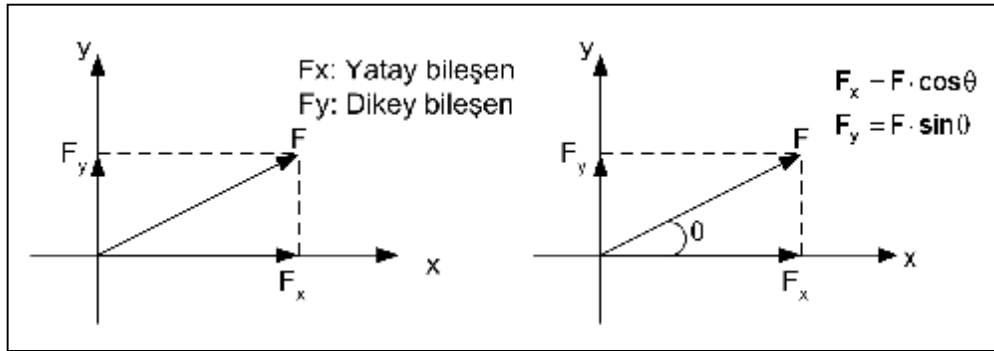
6.3.3. Paralel Kenar Metodu

$\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektörleri verilmiş olsun. Bu vektörlerin başlangıç noktalarını aynı nokta alarak, bu vektörlerin üzerine bir paralel kenar kuralım. Vektörlerin başlangıç noktasını, başlangıç noktası olarak kabul eden köşegene toplam vektörü, diğer köşegene ise fark vektörü denir

Fark vektörünün bitiş noktası, $\vec{a}$ vektörünün bitiş noktası ise $\vec{a} - \vec{b}$ vektörü bulunur. Fark vektörünün bitiş noktası, $\vec{b}$ vektörünün bitiş noktası ise $\vec{b} - \vec{a}$ vektörü bulunur.



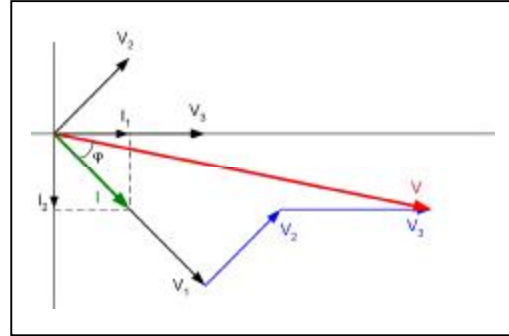
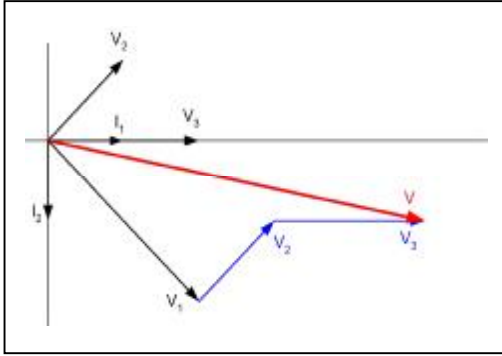
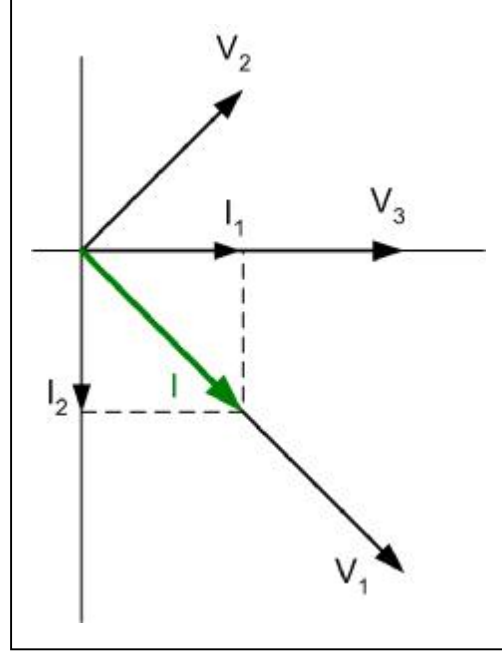
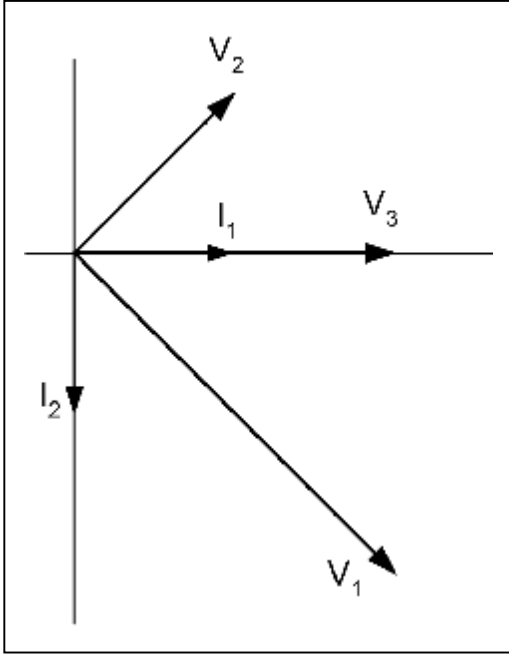
6.3.4. Vektörlerin Bileşenlerine Ayrılması



Vektörün ucundan indirilen yatay ve düşey dikmeler vektörün bileşenlerini verir.

UYGULAMA FAALİYETİ

I_1 ve I_2 vektörlerini toplayarak I vektörünü, V_1 , V_2 ve V_3 vektörlerini toplayarak V vektörünü bulunuz. I ve V arasındaki açıyı belirtiniz.



PERFORMANS DEĞERLENDİRME

Aşağıdaki işlemlerde kendi çalışmalarınızı kontrol ediniz. Hedefe ilişkin tüm davranışları kazandığınız takdirde başarılı sayılırsınız.

DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	Evet	Hayır
Büyükliğin vektörel veya skaler olduğunu ayırt etmek		
Vektörel büyüklüklerle matematiksel işlemleri yapmak		
Vektörel büyüklüklerle işlem yaparken çeşitli metodları kullanmak		

DEĞERLENDİRME

Performans değerlendirme sonucu “evet”, “hayır” cevaplarınızı değerlendiriniz. Eksiklerinizi faaliyete dönerek tekrarlayınız. Tamamı “evet” ise diğer öğrenme faaliyetine geçiniz.

CEVAP ANAHTARLARI

ÖĞRENME FAALİYETİ-1 CEVAP ANAHTARI

A) Cevaplar

1	19
2	-8
3	6
4	4
5	-22
6	12
7	-5
8	-3
9	3
10	-4

11	-4
12	4
13	14
14	10
15	-6
16	-2
17	-4
18	18
19	9
20	7

21	-4
22	14
23	-8
24	7
25	-25
26	-10
27	-24
28	-25
29	11
30	-10
31	-53

32	-11
33	-57
34	-19
35	31
36	-4
37	8
38	-16.42
39	7.04
40	4.45
41	0.455
42	23

B) Cevaplar

1. -1
2. 5
3. -17
4. 3
5. -137
6. 3
7. 7
8. 7
9. -38
10. 36
11. 4
12. -32
13. -4

14. -16
15. $-\frac{5}{66}$
16. $-\frac{14}{9}$
17. $-\frac{14}{19}$
18. $\frac{4}{161}$
19. $\frac{7}{8}$
20. -16
21. 6
22. 38

23. 14
24. 3
25. 15
26. 40
27. 50
28. 20
29. 53
30. 2
31. 0
32. 5
33. 150
34. 0
35. 535

36. 100
37. 4
38. 48
39. 5
40. 2
41. $\frac{4}{5}$
42. $\frac{3}{2}$
43. $\frac{4}{7}$
44. $\frac{3}{4}$

C) Cevaplar

1	2 — 3	6	67 — 55
2	23 — 30	7	1 — 3
3	11 — 12	8	3 — 2
4	13 — 7	9	93 — 77
5	11 — 9	10	43 — 44

D) Cevaplar

1	$2 + 0 - 2 \times 7 + 3 \times 5$	3
2	$(7 - 1) - 7$	-1
3	$1 \times (1 \times 3) + 7$	10
4	$3 + 4 - 1$	6
5	$(2 - 5) + 3 - 3$	-3
6	$(3 - 0) + 1 - 6$	-2
7	$5 \times (5 - 6)$	-5
8	$(7 \times 3) - 6 \times 3 \times 7$	- 105
9	$6 + 4 + 6 + 6 \times 6 \times 6$	232
10	$6 + (7 + 5) - 7$	11

E) Cevaplar

1	$5 - 1 + (4 + 0) + 0 = 8$
2	$(6 + 6) - 5 - 7 = 0$
3	$1 \times 3 \times 4 \times (2 \times 2) - 4 = 44$
4	$4 + (4 \times 7) - 0 \times 2 = 32$
5	$4 - (3 + 5) \times 4 = -28$
6	$4 \times 1 \times (2 - 2) \times 3 - 0 = 0$
7	$(1 - 4) - 5 = -8$
8	$(5 \times 7) - 2 - 1 + 4 = 36$
9	$2 \times 2 - (2 - 1) = 3$
10	$4 - (0 \times 7) = 4$

F) Cevaplar

1. $2x^7$ 2. $\frac{1}{2}x^2$ or $\frac{x^2}{2}$ 3. $\frac{5}{2}$ 4. $\frac{x^2}{y}$ 5. $\frac{3^2}{2^3} = \frac{9}{8}$

G) Cevaplar

1	B
2	C
3	E
4	D
5	C
6	E
7	D
8	A
9	C
10	B

ÖĞRENME FAALİYETİ-2 CEVAP ANAHTARI

A) Cevaplar

1	$-7y + 11 = 18$	$y = -1$
2	$-6y = 18$	$y = -3$
3	$11y + 1 = 45$	$y = 4$
4	$12y - 7 = -103$	$y = -8$
5	$-11y - 7 = 37$	$y = -4$
6	$6y = 24$	$y = 4$
7	$1y - 4 = 1$	$y = 5$
8	$8 + y = 10$	$y = 2$
9	$-4y + 4 = -20$	$y = 6$
10	$1 - y = -3$	$y = 4$

B) Cevaplar

- | | |
|--------------------|-----------------|
| 1. $-x^2 + 2x - 5$ | 12. $-24x + 11$ |
| 2. $-3x + 4y - 7$ | 13. $x + 9$ |
| 3. $-2a - 3b - 4c$ | 14. 20 |
| 4. $3a - 2b + c$ | 15. $12x + 8$ |
| 5. $-3x - 5$ | 16. $-32x - 64$ |
| 6. $-4x + 10$ | 17. $-12x - 5$ |
| 7. $-y + 4$ | 18. $-x - 17$ |
| 8. $-3x + 3y$ | 19. $9x - 72$ |
| 9. $-6x - 2y$ | 20. $-18x + 38$ |
| 10. $a - 10b$ | |
| 11. $12x - 16$ | |

KAYNAKLAR

- Ø COŞKUN, İsmail ve GÜVEN, Emin, **Elektroteknik**, MEB Yayınları, 2 nci Baskı, Ankara, 2004.
- Ø OKUMUŞ, Tuncer ve GÜMÜŞOLUK, Ahmet, **Elektroteknik 1**, Maki Yayıncılık, Kahramanmaraş, 2002.
- Ø OKUMUŞ, Tuncer ve GÜMÜŞOLUK, Ahmet, **Elektroteknik 2**, Maki Yayıncılık, Kahramanmaraş, 2002.
- Ø ÖSS Hazırlık Kurs Kitapları.
- Ø SAÇKAN, Ahmet Hamdi, **Doğru ve Alternatif Akım Devreleri, Problem Çözümleri, Elektroteknik 2**, Birsen Yayınevi, İstanbul, 1997.
- Ø URAL, Ali, **Ders Notları**, Bursa, 2004-2005.
- Ø WASHINGTON, Allyn J., **Basic Technical Mathematics With Calculus, Fifth Edition**, Metric Version, California, 1990.
- Ø BAHADIR, Ali, **Meslek Matematiği Ders Notları**, Bursa, 2005.